CONSOLIDACIÓN

Ficha *División de polinomios*

1. **a)** $2x^2$ **c)** $\frac{5}{2}x$ **e)** $\frac{1}{2}x^2$ **g)** -2

b) $-x^3$ **d)** 7 **f)** $\frac{5}{4}x^2$ **h)** -1

2. **a)** $2x^2-6x+3$ **c)** $-\frac{2}{3}x^2+2x-1$ **e)** x^2-2x **g)** $-6x+3$

b) $x^3-3x^2+\frac{3}{2}x$ **d)** $x-2$ **f)** $-2x+1$ **h)** $x^2-\frac{1}{2}x$

3. **a)** $C(x)=2x-1$ $R(x)=3x$ **c)** $C(x)=x-2$ $R(x)=5$

b) $C(x)=2x+2$ $R(x)=x-2$ **d)** $C(x)=x^5+x^3+x$ $R(x)=-x$

4. **a)** $C(x)=x^4-x^3-x^2-6x-20$ $R(x)=-57$ **d)** $C(x)=x^3-x^2+x-1$ $R(x)=17$

b) $C(x)=x^2+x+1$ $R(x)=0$ **e)** $C(x)=2x^2+6x+16$ $R(x)=52$

c) $C(x)=2x^2-4x+5$ $R(x)=-8$ **f)** $C(x)=x-2$ $R(x)=0$

5. **a)** $D(x)=(x^2+2x+1)(x-2)$ **e)** $D(x)=(x^5-1)(x+5)$

b) $D(x)=(x^3+2x+1)(x+3)$ **f)** $D(x)=(x-6)(x+6)$

c) $D(x)=(x^3-1)(x+4)$ **g)** $D(x)=(x+3)(x+3)=(x+3)^2$

d) $D(x)=(x^2+x-1)(x-5)$ **h)** $D(x)=(x-10)(x-10)=(x-10)^2$

6. **a)** $k=-6$ **b)** $k=-2$ **c)** $k=-5$ **d)** $k=2$

7. **a)** El grado del cociente es la diferencia entre el grado del dividendo y el grado del divisor.

b) El grado del resto es menor que el grado del divisor.

c) El dividendo es múltiplo del divisor.

d) El grado del cociente es una unidad menor que el grado del dividendo.

Ficha *Factorización de polinomios*

1. **a)** $x = 2$ es raíz; $x = -1$ no es raíz
b) $x = 2$ no es raíz; $x = -1$ no es raíz
c) $x = 2$ no es raíz; $x = -1$ es raíz
d) $x = 2$ es raíz; $x = -1$ es raíz
e) $x = 2$ es raíz; $x = -1$ es raíz
f) $x = 2$ no es raíz; $x = -1$ es raíz
g) $x = 2$ no es raíz; $x = -1$ es raíz
h) $x = 2$ es raíz; $x = -1$ no es raíz

2. **a)** $R = 0$; exacta
b) $R = 48$; no exacta
c) $R = 4$; no exacta
d) $R = 2$; no exacta
e) $R = 0$; exacta
f) $R = 0$; exacta
g) $R = 80$; no exacta
h) $R = 0$; exacta

3. **a)** Sí; $x^2+2x+1=(x+1)^2$
b) Sí; $x^2+x=x(x+1)$
c) Sí; $2x^3+2x^2=2x^2(x+1)$
d) No
e) Sí; $x^2-1=(x-1)(x+1)$
f) No

4. **a)** $k = 1$; $x^3-2x^2+x-2=(x-2)(x^2+1)$
b) $k = -2$; $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$
c) $k = 1$; $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$
e) $k = -7$; $2x^2-7x+6=(x-2)(2x-3)$
f) $k = 12$; $x^3-6x^2+12x-8=(x-2)^3$
g) $k = 10$; $x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$

5. La raíz común es $x = 0$
a) $x^3+x^2-2x=x(x^2+x-2)$
b) $x^3-x^2-2x=x(x^2-x-2)$
c) $x^4-2x^3-15x^2=x^2(x^2-2x-15)$
d) $3x^3-13x^2+12x=x(3x^2-13x+12)$

6. **a)** $x = 1$ es raíz; $(x-1)(x^2+1)$
b) $x = 1$ es raíz; $(x-1)^2$
c) $x = 2$ es raíz; $(x-2)(x^2+2)$
d) $x = -2$ es raíz; $(x+2)(x^2+2x+2)$
e) $x = -1$ es raíz; $(x+1)(x^2+4)$
f) $x = 2$ es raíz; $(x-2)^2$
g) $x = -3$ es raíz; $(x+3)^2$
h) $x = 3$ es raíz; $(x-3)(x^2+3)$

7. **a)** Sí. Uno de los factores será $(x-2)$.
b) $P(3)=0$. Sí, porque 3 puede ser también raíz de $Q(x)$.
c) $P(x)=(x+1)(x-2)x$ y todos los polinomios que se obtengan multiplicando $P(x)$ por un número real.
d) El grado del resto es 0, puesto que el grado del resto es menor que el grado del divisor, que en este caso es 1.

Ficha ***Operaciones con fracciones algebraicas***

1.

	Valor numérico para $x = 1$	Valor numérico para $x = -2$
a)	-1	$\frac{1}{5}$
b)	No existe	$-\frac{5}{3}$
c)	$\frac{4}{3}$	No existe
d)	No existe	No existe

2. **a)** $\frac{x^2-x}{x^2+2x}=\frac{x(x-1)}{x(x+2)}=\frac{x-1}{x+2}$

b) $\frac{x^3+3x^2}{x^2+3x}=\frac{x^2(x+3)}{x(x+3)}=x$

c) $\frac{x^4-6x^3+9x^2}{2x^2-6x}=\frac{x^2(x-3)^2}{2x(x-3)}=\frac{x(x-3)}{2}$

d) $\frac{x^2+3x+2}{x^2-1}=\frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x-1)}=\frac{x+2}{x-1}$

e) $\frac{x-5}{x^2-10x+25}=\frac{x-5}{(x-5)^2}=\frac{1}{x-5}$

f) $\frac{x+1}{x^2+x}=\frac{x+1}{x(x+1)}=\frac{1}{x}$

3. **a)** $\frac{-2}{3x+2}$ **b)** $-\frac{6x+5}{x-3}$ **c)** $\frac{5x-1}{x^2-1}$ **d)** $\frac{6x}{x^2+x-2}$ **e)** $\frac{x^2+x-5}{x^2-5x}$ **f)** $\frac{4x+5}{x^2-1}$ **g)** $\frac{2x^2-4x+1}{x-2}$ **h)** $\frac{x^2+3x-5}{x+5}$

4. **a)** $\frac{x+1}{x}$ **b)** $\frac{2x-4}{x-1}$ **c)** $\frac{2x+10}{x-5}$ **d)** $\frac{10x^2}{x+4}$ **e)** 6 **f)** $2x$ **g)** $\frac{2}{4x^2+15x-4}$ **h)** 1

5. **a)** $x(x+1)$ **b)** $\frac{2x-4}{x+3}$ **c)** $\frac{2x+10}{x-5}$ **d)** $\frac{2x+4}{5x^2}$ **e)** $\frac{x}{(x-1)^2}$ **f)** $2x(x-2)$ **g)** $\frac{3}{4}$ **h)** $\frac{1}{x}$

6. **a)** No, porque x^2 no es un factor en el numerador.

b) Que $(x-6)$ es un factor tanto del numerador como del denominador, por tanto la fracción se puede simplificar.

c) Afecta a los dos términos del numerador: $\frac{x-2}{x+5}-\frac{x^2-1}{x+5}=\frac{x-2-(x^2-1)}{x+5}=\frac{x-2-x^2+1}{x+5}=\frac{-x^2+x-1}{x+5}$

d) Sí, puesto que se puede considerar el polinomio como una fracción algebraica de denominador 1. El denominador común será el denominador de la fracción.

PROFUNDIZACIÓN

Ficha *Siempre positivo, nunca negativo*

1. **a)** $P(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4 = (x+1)^2(x-2)^2$ La factorización del polinomio es el producto de dos cuadrados, y por tanto el polinomio no tiene valores numéricos negativos.

b) $Q(x) = x^4 - 10x^3 - 37x^2 - 60x + 36 = (x-2)^2(x-3)^2$ La factorización del polinomio es el producto de dos cuadrados, y por tanto el polinomio no tiene valores numéricos negativos.

c) $R(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 = (x-1)^4$ La factorización del polinomio es un factor elevado a un número par, y por tanto el polinomio no tiene valores numéricos negativos.

d) $T(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2 = (x-1)^2(x^2+2)$ La factorización del polinomio consiste en un factor elevado al cuadrado (siempre positivo) multiplicado por el factor (x^2+2), (que es la suma de dos términos positivos); luego el polinomio será positivo para cualquier valor de *x*.

2. El término de mayor grado de un polinomio de grado 3 es ax^3:

- Si el coeficiente *a* es positivo, para valores de *x* positivos y muy grandes el valor numérico del polinomio será positivo. Para valores de *x* negativos y muy grandes (en valor absoluto) el valor numérico del polinomio será negativo.
- Si el coeficiente *a* es negativo, para valores de *x* positivos y muy grandes el valor numérico del polinomio será negativo. Para valores de *x* negativos y muy grandes (en valor absoluto) el valor numérico del polinomio será positivo.

Podemos comprobar esto con varios polinomios de grado 3. Por ejemplo:

	$x = 1000$	$x = -1000$
$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 200$	$P(1000) = 1997003800$	$P(-1000) = -2003004201$
$Q(x) = -x^3 + 500x^2$	$Q(1000) = -500000000$	$Q(-1000) = -1500000000$

Esta pauta se repetirá para cualquier polinomio de grado 3, siempre que el valor de *x* sea suficientemente grande (positivo o negativo). Esta idea se tratará con más profundidad al estudiar en cursos posteriores los límites de las funciones.