

**MATEMÁTICAS**  
**1.º ESO**

**somoslink**

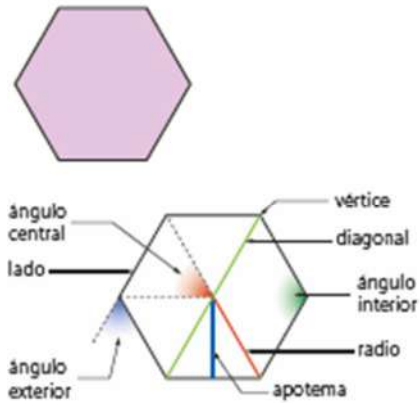
**SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO**  
**Unidad 12. Figuras planas**

## Unidad 12. Figuras planas

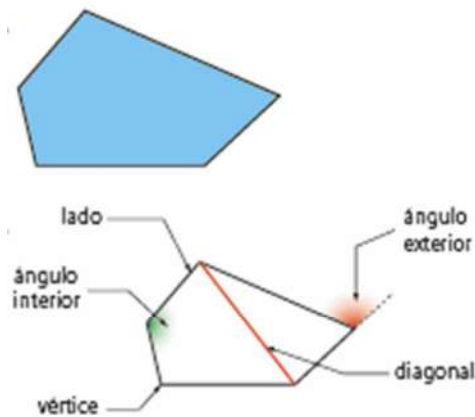
### SOLUCIONES PÁG. 243

1. Copia estos polígonos en tu cuaderno y señala sus elementos:

a.



b.



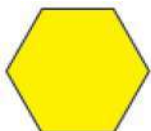
2. Clasifica los siguientes polígonos según su número de lados. Indica si son regulares o irregulares.

a.



Pentágono regular.

b.



Hexágono regular.

3. **Dibuja en tu cuaderno:**

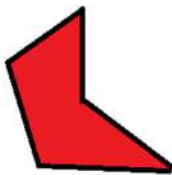
a. **Un polígono regular de tres lados.**

Respuesta abierta. Debe tener todos los lados y todos los ángulos iguales. Por ejemplo:



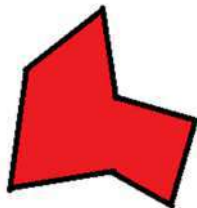
b. **Un polígono de cinco lados con un ángulo cóncavo.**

Respuesta abierta. Uno de los ángulos interiores debe medir más de  $180^\circ$ . Por ejemplo:

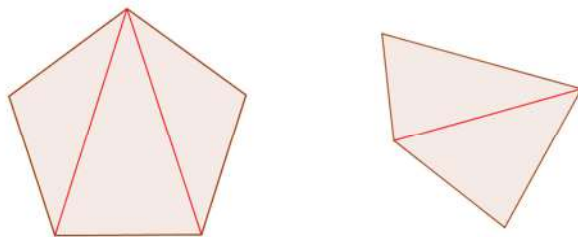


c. **Un polígono de siete vértices.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:



4. **Dibuja en tu cuaderno un pentágono regular y un cuadrilátero irregular y traza sus diagonales desde un vértice.**



a. **¿Cuántas diagonales salen del vértice?**

Del pentágono 2 y del cuadrilátero 1.

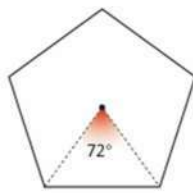
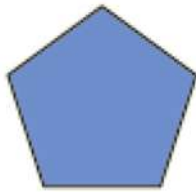
b. **Si un polígono tiene  $n$  lados, ¿cuántas diagonales salen de un vértice? ¿En cuántos triángulos dividen el polígono?**

El número de diagonales desde un vértice es:  $n - 3$

El número de triángulos que se forman es:  $n - 2$ .

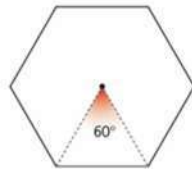
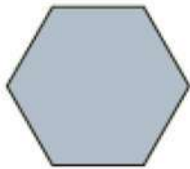
5. Copia en tu cuaderno los siguientes polígonos regulares. Marca su ángulo central y mídelo con un transportador. ¿Cuál es el valor del ángulo central de cada polígono?

a.



El ángulo central mide  $72^\circ$ .

b.



El ángulo central mide  $60^\circ$ .

6. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:

a. Un polígono regular tiene dos ángulos desiguales.

Falso. Todos son iguales.

b. En un polígono regular, el radio es mayor que la apotema.

Verdadero.

c. El ángulo central tiene la misma amplitud en todos los polígonos.

Falso. Depende del número de lados.

d. Un polígono regular puede tener un ángulo cóncavo.

Falso. Los ángulos no pueden ser mayores de  $180^\circ$ .

e. Un polígono tiene el mismo número de lados que de diagonales.

Falso. Por ejemplo, el cuadrado tiene dos diagonales.

f. Un decágono tiene 30 diagonales.

Falso. Tiene 35 diagonales porque  $D = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \Rightarrow D = \frac{10 \cdot (10 - 3)}{2} = 35$

7. Copia y completa la siguiente tabla en tu cuaderno y contesta luego las preguntas:

Polígono regular	Ángulo central ( $c$ )	N.º de lados ( $n$ )	$c \cdot n$
Triángulo	$120^\circ$	3	$120 \cdot 3 = 360^\circ$
Cuadrado	$90^\circ$	4	$90 \cdot 4 = 360^\circ$
Pentágono	$72^\circ$	5	$72 \cdot 5 = 360^\circ$
Hexágono	$60^\circ$	6	$60 \cdot 6 = 360^\circ$

a. Al multiplicar el valor del ángulo central por el número de lados, ¿qué valor obtienes?

Siempre el mismo valor,  $360^\circ$ .

b. ¿Qué polígono regular tiene un ángulo central de  $90^\circ$ ?

El cuadrado.

- c. La amplitud del ángulo central de un polígono regular es  $40^\circ$ . ¿Cuántos lados tiene el polígono?

$$\frac{360^\circ}{40^\circ} = 9. \text{ Tiene nueve lados.}$$

- d. ¿Cuál será la medida del ángulo central de un decágono regular?

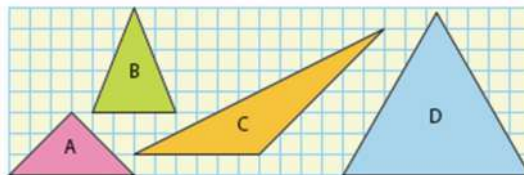
$$\frac{360^\circ}{10} = 36^\circ. \text{ Sería de } 36^\circ.$$

- e. Escribe una fórmula que permita calcular el ángulo central en función del número de lados del polígono regular.

$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{\text{Número de lados}}$$

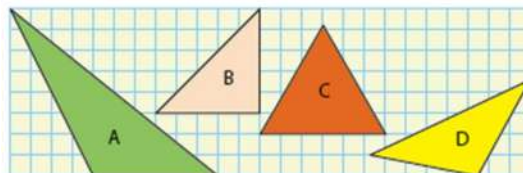
### SOLUCIONES PÁG. 245

8. Clasifica los siguientes triángulos en función de sus lados:



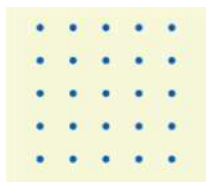
- A: Isósceles, por tener dos lados iguales.  
 B: Isósceles, por tener dos lados iguales.  
 C: Escaleno, por tener los tres lados desiguales.  
 D: Equilátero, por tener los tres lados iguales.

9. Clasifica los siguientes triángulos según sus ángulos:



- A: Obtusángulo, por tener un ángulo obtuso.  
 B: Rectángulo, por tener un ángulo recto.  
 C: Acutángulo, por tener tres ángulos agudos.  
 D: Obtusángulo, por tener un ángulo obtuso.

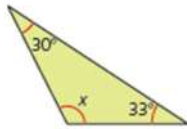
10. Utiliza un geoplano o copia esta trama de puntos en tu cuaderno. Dibuja los diferentes tipos de triángulos que hay. ¿Puedes formar todos los tipos?



El triángulo equilátero no se puede dibujar.

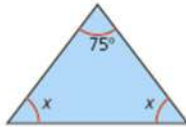
11. Calcula los ángulos que faltan en los siguientes triángulos:

a.



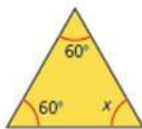
$$180^\circ = 33^\circ + 30^\circ + x \Rightarrow x = 117^\circ$$

b.



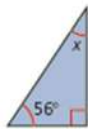
$$180^\circ = 75^\circ + 2x \Rightarrow x = 52,5^\circ$$

c.



$$180^\circ = 2 \cdot 60^\circ + x \Rightarrow x = 60^\circ$$

d.



$$180^\circ = 90^\circ + 56^\circ + x \Rightarrow x = 34^\circ$$

12. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:

a. **Un triángulo obtusángulo puede ser isósceles.**

Verdadero.

b. **Todos los triángulos rectángulos son escalenos.**

Falso. Pueden ser isósceles.

c. **Si un triángulo es acutángulo, tiene que ser equilátero.**

Falso. Puede ser de cualquier tipo.

d. **Un triángulo escaleno también puede ser rectángulo.**

Verdadero.

e. **Ningún triángulo puede tener dos ángulos rectos.**

Verdadero.

f. **Si los lados de un triángulo tienen diferentes longitudes, sus ángulos también son diferentes.**

Verdadero.

g. **Uno de los ángulos de un triángulo equilátero mide 70°.**

Falso. Los tres miden 60°.

13. Razona si puedes dibujar un triángulo con estos segmentos, cuyas dimensiones son:

Para que se pueda dibujar un triángulo se debe verificar que el lado mayor es menor que la suma de los otros dos.

**a. 8 cm, 8 cm y 10 cm**

$10 < 8 + 8 \Rightarrow$  Se puede.

**b. 10 dm, 20 dm y 30 dm**

$30 = 10 + 20 \Rightarrow$  No se puede.

**c. 6 dm, 6 dm y 6 dm**

$6 < 6 + 6 \Rightarrow$  Se puede.

**14. Uno de los ángulos de un triángulo rectángulo mide  $50^\circ$ . ¿Cuánto miden los otros dos ángulos?**

La suma de los ángulos interiores en un triángulo mide  $180^\circ$ . Si es rectángulo uno mide  $90^\circ$  y el otro:  $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ .

**15. Uno de los ángulos de un triángulo equilátero tiene  $60^\circ$ . ¿Cuánto miden los otros dos ángulos?**

Un triángulo equilátero tiene todos los ángulos iguales, por lo tanto, mide  $60^\circ$  cada uno.

**16. Clasifica en función de sus lados un triángulo rectángulo, si uno de sus ángulos mide  $45^\circ$ .**

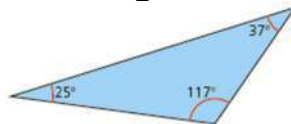
Si es rectángulo, uno de ellos mide  $90^\circ$ . Por lo tanto, el otro mide:  $180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ . Como tiene dos ángulos iguales, debe tener dos lados iguales, y se trata del triángulo isósceles.

**17. Un triángulo isósceles tiene un ángulo de  $100^\circ$ . ¿Cuánto miden los otros dos ángulos?**

El ángulo desigual debe medir  $100^\circ$ , porque si no, excedería de  $180^\circ$ . Los otros dos miden:

$$180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\frac{80^\circ}{2} = 40^\circ \text{ cada uno.}$$

**18. Actividad resuelta.****19. Calcula los ángulos exteriores del siguiente triángulo:**

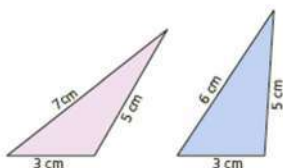
$$180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$$

$$180^\circ - 37^\circ = 143^\circ$$

$$180^\circ - 117^\circ = 63^\circ.$$

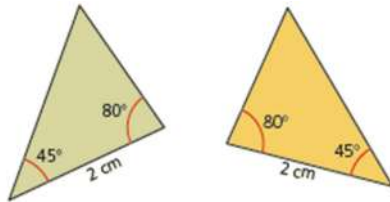
**SOLUCIONES PÁG. 247****20. Indica si los siguientes triángulos son iguales, razonando tu respuesta:**

a.



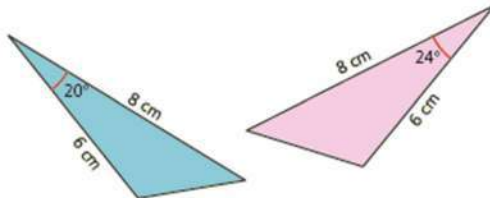
No, no tienen los tres lados iguales.

b.



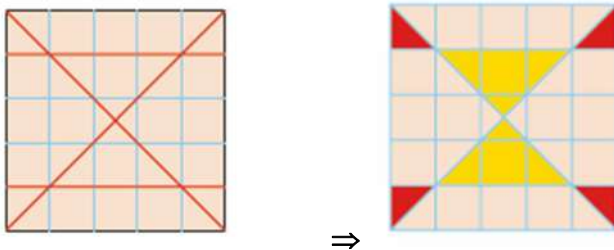
Sí, tienen un lado y los ángulos adyacentes iguales.

c.

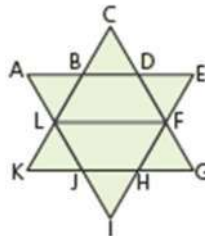


No, tienen dos lados iguales, pero el ángulo comprendido diferente.

21. Encuentra triángulos iguales en la siguiente figura:



22. Indica cuántos tipos diferentes de triángulos iguales aparecen en la siguiente figura:



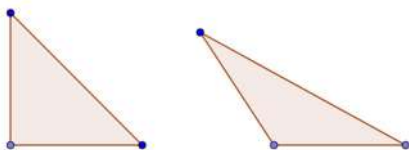
Como el BCD son LAB, DEF, FGH, HIJ, JKL.

Como el LCF es LFI.

Como el AEI es KCG.

23. ¿Son iguales dos triángulos que tienen dos lados iguales? Razona tu respuesta y, en caso negativo, dibuja dos triángulos que verifique tu respuesta.

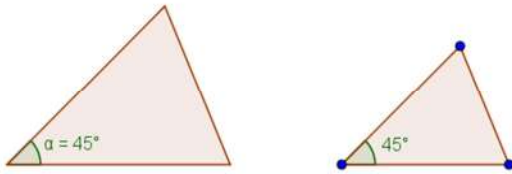
No. Deben ser iguales los tres lados.





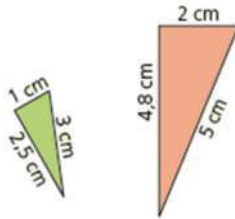
24. Si dos triángulos tienen dos ángulos iguales, ¿son iguales? Razona tu respuesta y, en caso negativo, dibuja dos triángulos que verifique tu respuesta.

No. También deben tener igual el lado comprendido entre ellos.



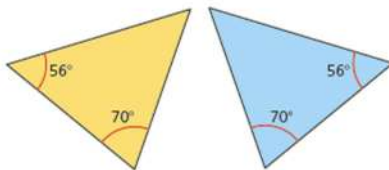
25. Indica si los siguientes triángulos son semejantes, razonando tu respuesta:

a.



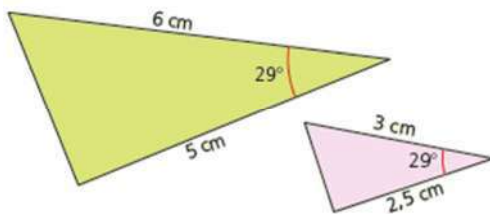
$$\frac{1}{2} \neq \frac{2,5}{4,8} \neq \frac{3}{5} \Rightarrow \text{No, no guardan la misma proporción los tres pares de lados.}$$

b.



Sí. Tienen los tres ángulos iguales.

c.



$$\frac{6}{3} = \frac{5}{2,5} \Rightarrow \text{Sí, tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido igual.}$$

26. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:

a. Todos los triángulos equiláteros son semejantes.

Verdadero. Por tener al menos dos ángulos iguales.

b. Dos triángulos isósceles siempre serán semejantes.

Falso. Un triángulo rectángulo isósceles no es semejante a otro isósceles que no sea rectángulo.

c. Si dos triángulos tienen dos lados y un ángulo iguales, son triángulos idénticos.

Falso. Debe ser el ángulo comprendido entre los dos lados iguales.

d. **Dos triángulos que tengan dos ángulos y un lado iguales son triángulos idénticos.**

Falso. Debe ser el lado comprendido entre los dos ángulos iguales.

e. **Si los lados de un triángulo tienen el doble de longitud que los de otro, entonces ambos triángulos son semejantes.**

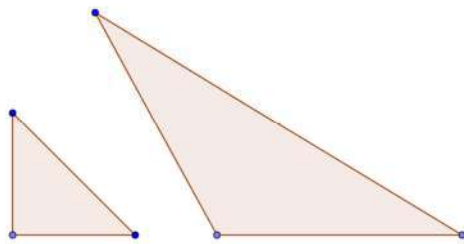
Verdadero. Por tener los lados proporcionales.

f. **Si dos triángulos tienen los tres ángulos iguales, entonces son iguales.**

Falso. Debe tener un lado igual también.

27. **¿Son semejantes dos triángulos que tienen dos lados proporcionales? Razona tu respuesta y, en caso negativo, dibuja dos triángulos que la verifiquen.**

No. Deben tener los tres.



28. **¿Son semejantes dos triángulos que tienen dos ángulos homólogos iguales? Razona tu respuesta y, en caso negativo, dibuja dos triángulos que la verifiquen.**

Sí. Tendrán el tercer ángulo igual pues los tres suman  $180^\circ$ .

### SOLUCIONES PÁG. 249

29. **Los dos catetos de un triángulo rectángulo miden 6 cm y 8 cm, respectivamente. ¿Cuánto mide la hipotenusa?**

Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = 8^2 + 6^2; a = 10 \text{ cm}$$

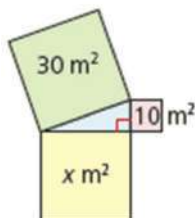
30. **En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 6 dm, y uno de sus catetos, 4 dm. Calcula el valor del otro cateto.**

Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$6^2 = 4^2 + c^2; c = 4,47 \text{ dm}$$

31. **Las siguientes figuras muestran los cuadrados construidos sobre los lados de sendos triángulos rectángulos. Halla el valor del área de los cuadrados indicados.**

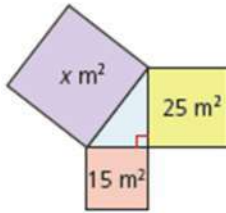
a.



Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$30 = 10 + x^2 \Rightarrow x^2 = 20 \text{ m}^2$$

b.

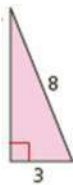


Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$x^2 = 25 + 15 \Rightarrow x^2 = 40 \text{ m}^2$$

32. Calcula el valor del lado que falta en estos triángulos, teniendo en cuenta que sus dimensiones están medidas en centímetros.

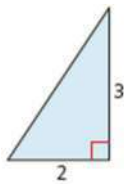
a.



Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$8^2 = 3^2 + c^2 \Rightarrow c = 7,4 \text{ cm}$$

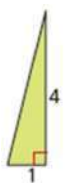
b.



Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = 2^2 + 3^2 \Rightarrow a = 3,6 \text{ cm}$$

c.



Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = 4^2 + 1^2 \Rightarrow a = 4,12 \text{ cm}$$

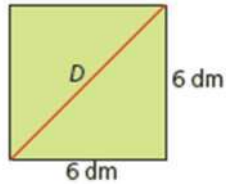
33. Actividad resuelta.

34. En la siguiente tabla se dan las medidas de los lados de varios triángulos. Indica cuál de ellos es rectángulo.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3
Triángulo 1	6	7	8
Triángulo 2	15	9	12
Triángulo 3	9	11	7

$8^2 \neq 6^2 + 7^2$ . Por tanto, no es rectángulo.  
 $15^2 = 9^2 + 12^2$ . Por tanto, sí es rectángulo.  
 $11^2 \neq 9^2 + 7^2$ . Por tanto, no es rectángulo.

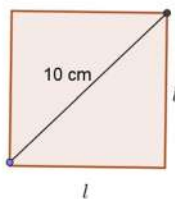
35. Calcula la longitud de una de las diagonales del cuadrado cuyo lado mide 6 dm.



Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$D^2 = 6^2 + 6^2 \Rightarrow D = 8,48 \text{ dm}$$

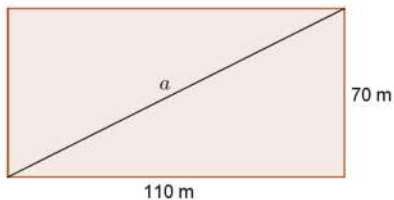
36. Halla la longitud del lado de un cuadrado cuya diagonal mide 10 cm.



Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$10^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow l = 7,07 \text{ cm}$$

37. Las dimensiones de un campo de fútbol son 110 m x 70 m; ¿cuál es la máxima distancia que podemos recorrer en línea recta sin cambiar de dirección?

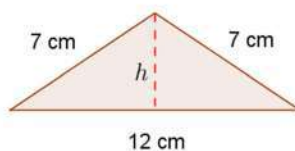


Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = 110^2 + 70^2 \Rightarrow a = 130,38 \text{ m}$$

38. Actividad resuelta.

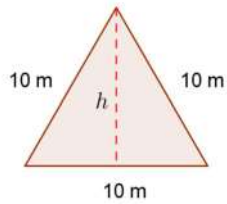
39. El lado desigual de un triángulo isósceles mide 12 cm, y los lados iguales, 7 cm. Calcula su altura.



Al trazar la altura sobre el lado desigual, este queda dividido en dos triángulos rectángulos cuya base mide la mitad, 6 cm. Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$7^2 = 6^2 + h^2 \Rightarrow h = 3,6 \text{ cm}$$

40. Halla la altura de un triángulo equilátero cuyos lados miden 10 m.



Al trazar la altura sobre su base, esta queda dividida en dos triángulos rectángulos cuya base mide la mitad, 5 cm. Se aplica el teorema de Pitágoras:  
 $10^2 = 5^2 + h^2 \Rightarrow h = 8,66$  cm

### SOLUCIONES PÁG. 251

41. Clasifica los siguientes cuadriláteros en función del paralelismo de sus lados:

a.



Trapezoide, porque no tiene ningún par de lados paralelos.

b.



Paralelogramo, porque los cuatro lados iguales y los ángulos opuestos son iguales.

c.



Trapezoide, porque no tiene ningún par de lados paralelos.

d.



Trapezoide, porque no tiene ningún par de lados paralelos.

e.



Trapezio, porque tiene dos lados paralelos y otros dos que no lo son.

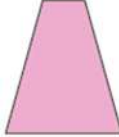
f.



Trapezio, porque tiene dos lados paralelos y otros dos que no lo son.

**42. Indica el nombre de los siguientes cuadriláteros:**

a.



Trapezio isósceles, porque tiene dos lados paralelos y los no paralelos son iguales.

b.



Rectángulo, porque tiene los lados iguales dos a dos y sus cuatro ángulos son iguales.

c.



Romboide, porque tiene iguales dos a dos tanto los lados como los ángulos, ninguno de los cuales es recto.

d.



Rombo, porque tiene iguales los cuatro lados, y sus ángulos son iguales dos a dos.

e.



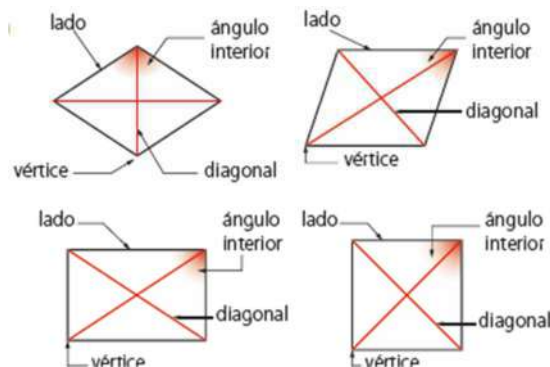
Cuadrado, porque tiene iguales los cuatro lados y los cuatro ángulos, que son rectos.

f.



Trapezoide, porque no tiene ningún par de lados paralelos.

43. Dibuja los cuatro tipos de paralelogramos y señala sus elementos: lados, vértices, ángulos y diagonales.



44. Copia y completa la siguiente tabla en tu cuaderno, indicando «sí» o «no» según tenga cada paralelogramo las características señaladas:

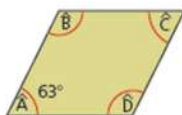
	Lados iguales	Ángulos iguales	Diagonales iguales	Diagonales perpendiculares
<b>Cuadrado</b>	Sí	Sí	Sí	Sí
<b>Rectángulo</b>	No	Sí	Sí	No
<b>Rombo</b>	Sí	No	No	Sí
<b>Romboide</b>	No	No	Sí	No

45. ¿Cuántos cuadriláteros diferentes pueden formarse con cuatro varillas? Y con tres varillas, ¿cuántos triángulos distintos se podrían formar?  
Infinitos cuadriláteros. Solamente uno, en el caso de que se pueda construir.

46. Actividad resuelta.

47. Halla el valor de todos los ángulos en cada una de estas figuras:

a.



El ángulo  $\hat{C}$  mide lo mismo que el ángulo  $\hat{A}$  por ser opuestos:

$$\hat{C} = \hat{A} = 63^\circ$$

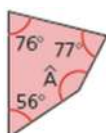
Los ángulos  $\hat{A}$  y  $\hat{B}$  son suplementarios, por tanto:

$$63^\circ + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 117^\circ$$

El ángulo  $\hat{D}$  mide lo mismo que el ángulo  $\hat{B}$  por ser opuestos:

$$\hat{D} = \hat{B} = 117^\circ$$

b.

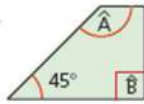


La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es  $360^\circ$ . Por tanto:

$$77^\circ + 76^\circ + 56^\circ + \hat{A} = 360^\circ \Rightarrow \hat{A} = 151^\circ$$

48. Halla el valor de todos los ángulos en cada uno de estos cuadriláteros:

a.



El ángulo  $\hat{B}$  es un ángulo recto, por tanto, mide  $90^\circ$ .

Por tratarse de un trapecio rectángulo, tiene dos ángulos de  $90^\circ$ . Como la suma de los ángulos interiores es  $360^\circ$ :

$$360^\circ - 45^\circ - 90^\circ - 90^\circ = \hat{A} \Rightarrow \hat{A} = 135^\circ.$$

b.

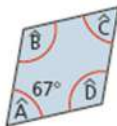


Por ser un trapecio isósceles, el ángulo  $\hat{A} = 116^\circ$ .

De la misma manera,  $\hat{B} = \hat{C}$ . Como la suma de los ángulos interiores es  $360^\circ$ :

$$\hat{B} = \frac{360^\circ - 116^\circ \cdot 2}{2} = 64^\circ$$

c.



El ángulo  $\hat{C}$  mide lo mismo que el ángulo  $\hat{A}$  por ser opuestos:

$$\hat{C} = \hat{A} = 67^\circ$$

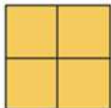
Los ángulos  $\hat{A}$  y  $\hat{B}$  son suplementarios, por tanto:

$$67^\circ + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 113^\circ$$

El ángulo  $\hat{D}$  mide lo mismo que el ángulo  $\hat{B}$  por ser opuestos:

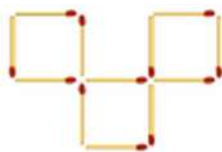
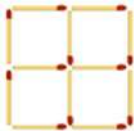
$$\hat{D} = \hat{B} = 113^\circ$$

49. ¿Cuántos paralelogramos aprecias en esta figura?



Cuatro cuadrados pequeños, dos rectángulos horizontales, dos rectángulos verticales, un cuadrado grande (todo el dibujo).

50. Pon a prueba tu ingenio y consigue dejar únicamente tres cuadrados moviendo tan solo tres cerillas.





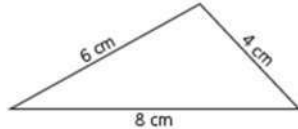
51. Cada uno de vosotros pensará en un objeto y dirá su nombre en alto para que el resto de compañeros de la clase lo clasifique.

Respuesta abierta.

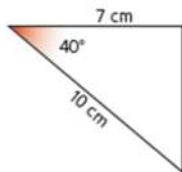
### SOLUCIONES PÁG. 253

52. Dibuja los siguientes triángulos:

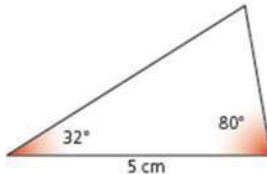
- a. Sus lados miden 4 cm, 6 cm y 8 cm, respectivamente.



- b. Dos de sus lados miden 7 cm y 10 cm, y el ángulo comprendido entre ellos es de  $40^\circ$ .



- c. Un lado mide 5 cm, y sus ángulos adyacentes,  $80^\circ$  y  $32^\circ$ .



53. En algún apartado faltan datos para poder dibujar el triángulo. Indica cuáles, razonando tu respuesta:

- a.  $\hat{A} = 30^\circ$ ,  $\hat{B} = 70^\circ$ ,  $\hat{C} = 80^\circ$

Falta uno de los lados.

- b.  $a = 7$  cm,  $\hat{A} = 60^\circ$ ,  $\hat{B} = 40^\circ$

Falta el lado  $c$ , comprendido entre los dos ángulos. Aunque se puede obtener el otro ángulo  $\hat{C} = 80^\circ$  y ya se podría dibujar.

- c.  $c = 9$  cm,  $a = 8$  cm,  $\hat{C} = 80^\circ$

Falta el ángulo  $\hat{B}$ , comprendido entre los dos lados.

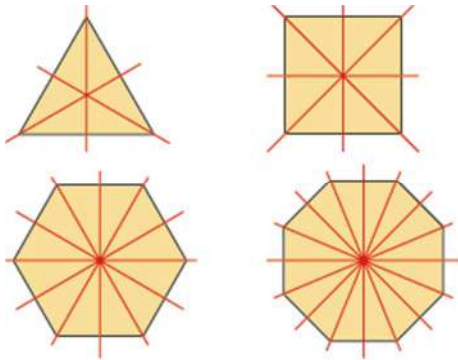
54. Dibuja en tu cuaderno los polígonos regulares de tres, cuatro, seis y ocho lados.

Para dibujar los polígonos regulares, se parte de la circunferencia en la que están inscritos.

- Polígono regular de tres lados.  
Desde un punto de la circunferencia se van trazando sucesivamente arcos con un radio igual al de la circunferencia. Luego se unen los puntos obtenidos en la circunferencia dejando alternativamente uno suelto entre cada par de puntos.
- Polígono regular de cuatro lados.  
Se dibuja en la circunferencia dos diámetros perpendiculares y se unen sus extremos.

- Polígono regular de seis lados.  
Desde un punto de la circunferencia se van trazando sucesivamente arcos con un radio igual al de la circunferencia. Luego se unen los puntos obtenidos.
- Polígono regular de ocho lados.  
Se dibujan en la circunferencia dos diámetros perpendiculares y se trazan las bisectrices de los ángulos formados. Después se unen los puntos de corte con la circunferencia.

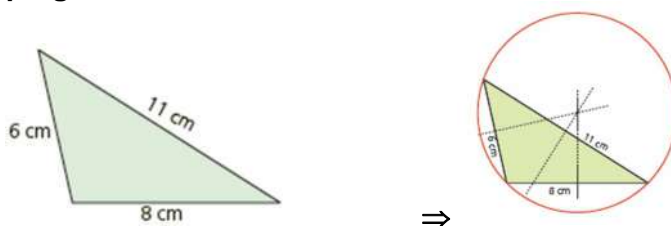
55. Traza los ejes de simetría de los polígonos dibujados en la actividad anterior y completa esta tabla en tu cuaderno:



Polígono regular	N.º de lados	N.º de ejes
Triángulo regular	3	3
Cuadrado	4	4
Hexágono	6	6
Octógono	8	8

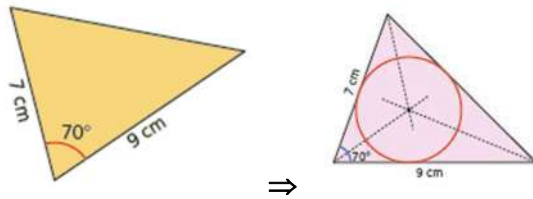
### SOLUCIONES PÁG. 255

56. Dibuja en tu cuaderno un triángulo como el de la figura. Traza todas sus mediatrices y la circunferencia circunscrita. Finalmente, responde a las preguntas.



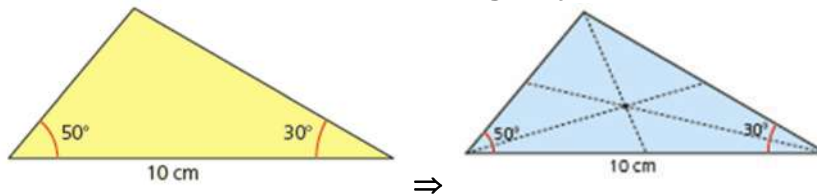
- ¿Cómo se llama el punto en el que se cortan las mediatrices?  
Circuncentro.
- ¿Qué puntos tienen en común el triángulo y la circunferencia circunscrita al triángulo?  
Los vértices del triángulo.
- ¿Cuál es el radio de dicha circunferencia?  
La distancia del circuncentro a uno de los vértices.

57. Traza en tu cuaderno un triángulo como el de la figura. Dibuja todas sus bisectrices y la circunferencia inscrita. Responde luego a las preguntas.



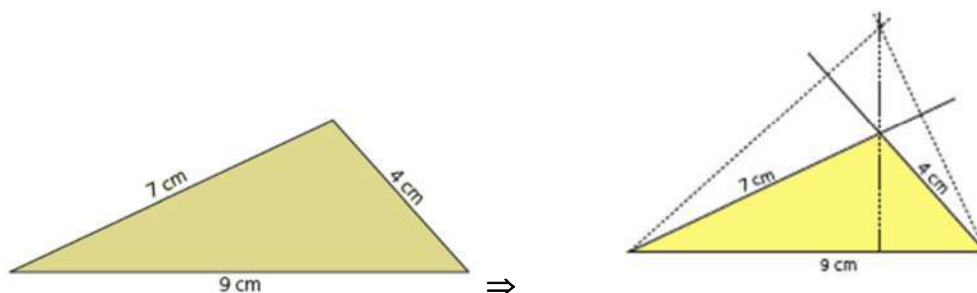
- ¿Cómo se llama el punto en el que se cortan las bisectrices?  
Incentro.
- ¿Qué puntos tienen en común el triángulo y la circunferencia inscrita en el triángulo?  
Los puntos intersección de los lados con las perpendiculares a ellos trazadas desde el incentro.
- ¿Cuál es el radio de dicha circunferencia?  
La distancia del incentro a uno de los lados.

58. Dibuja un triángulo como el de la figura y traza todas sus medianas.



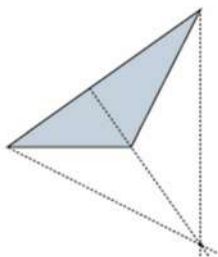
- ¿Cómo se llama el punto en el que se cortan las medianas?  
Baricentro.
- En cada mediana mide la distancia del baricentro a su vértice correspondiente, primero, y al punto medio del lado opuesto, después. ¿En qué proporción divide el baricentro a cada mediana?  
La distancia al vértice es el doble que al punto medio.
- ¿Con qué punto coincide el baricentro?  
Con el centro de gravedad del triángulo.

59. Dibuja un triángulo como el de la figura y traza todas sus alturas:



- ¿Cómo se llama el punto en el que se cortan las alturas?  
Ortocentro.
- El punto común a las tres alturas ¿está siempre dentro del triángulo?  
No.

c. En caso contrario, dibuja algún triángulo en el que quede fuera.



60. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:

a. En un triángulo rectángulo, el ortocentro está siempre en el interior del triángulo.

Falso. Está en el vértice del ángulo recto.

b. En un triángulo equilátero, el incentro está sobre uno de los lados.

Falso. Está en el interior del triángulo.

c. En un triángulo obtusángulo, el ortocentro está siempre en el exterior del triángulo.

Verdadero.

d. En un triángulo rectángulo, el incentro está siempre en el interior del triángulo.

Verdadero.

e. En cualquier triángulo, el baricentro, el circuncentro y el ortocentro están siempre alineados, formando la recta de Euler.

Verdadero.

61. En grupos de ocho alumnos, elaborad en clase una lámina en la que se ilustre la construcción de las rectas y puntos notables para exponerla en el aula.

Respuesta abierta.

62. Completa en tu cuaderno las siguientes frases con el término que consideres más adecuado:

*baricentro – ortocentro – mediana – circuncentro*

a. Cada mediana de un triángulo pasa por uno de sus vértices y por el punto medio de uno de sus lados.

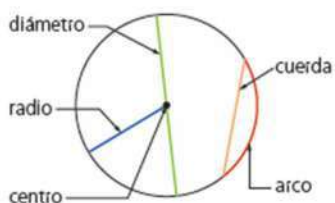
b. El ortocentro de un triángulo rectángulo es el vértice opuesto a la hipotenusa.

c. El circuncentro de un triángulo rectángulo es el punto medio de la hipotenusa.

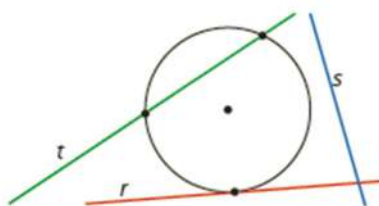
d. El baricentro de un triángulo dista el doble de cada vértice que del punto medio de su lado opuesto.

## SOLUCIONES PÁG. 257

63. Dibuja en tu cuaderno una circunferencia y señala en ella sus elementos: el centro, un radio, un diámetro, una cuerda y un arco.

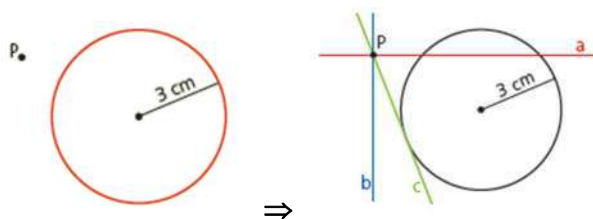


64. Indica qué posición tienen las rectas  $r$ ,  $s$  y  $t$  con respecto a la siguiente circunferencia:



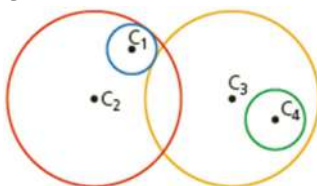
La recta  $r$  es tangente, la recta  $s$  es exterior y la recta  $t$  es secante.

65. Dibuja en tu cuaderno una circunferencia de 3 cm de radio y un punto,  $P$ , exterior a ella.



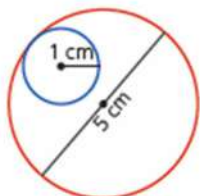
- Traza una recta que pase por  $P$  y sea secante a la circunferencia. ¿En cuántos puntos la corta?  
En dos.
- Traza una recta que pase por  $P$  y sea exterior a la circunferencia. ¿En cuántos puntos la corta?  
En ninguno.
- Traza una recta que pase por  $P$  y sea tangente a la circunferencia. ¿En cuántos puntos la corta?  
En uno.
- ¿Cuántas tangentes a la circunferencia se pueden trazar desde el punto  $P$ ?  
Dos.

66. Indica qué posiciones relativas mantienen en esta figura las circunferencias indicadas por sus centros:

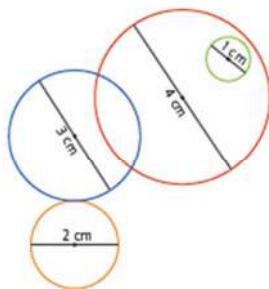


- a.  $C_1$  con respecto a  $C_2$ . → Tangente interior.
- b.  $C_1$  con respecto a  $C_4$ . → Exterior.
- c.  $C_2$  con respecto a  $C_3$ . → Secantes.
- d.  $C_3$  con respecto a  $C_1$ . → Tangente exterior.
- e.  $C_4$  con respecto a  $C_3$ . → Interior.
- f.  $C_2$  con respecto a  $C_4$ . → Exterior.

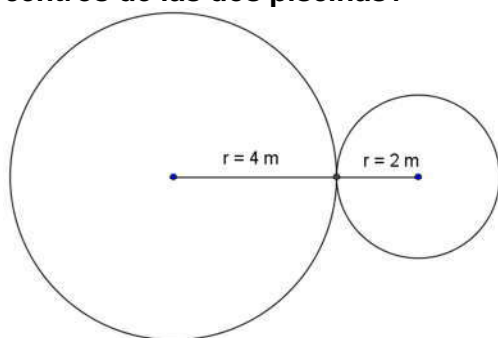
67. Dibuja en tu cuaderno una circunferencia de 5 cm de diámetro, y, a continuación, y con distinto centro, traza otra circunferencia de 1 cm de radio que sea tangente interior a ella.



68. Dibuja en tu cuaderno una circunferencia de 4 cm de diámetro.
- a. Dibuja otra circunferencia de 3 cm de diámetro secante a la circunferencia inicial.
  - b. Traza otra circunferencia de 1 cm de diámetro interior a la circunferencia inicial.
  - c. Dibuja otra circunferencia de 2 cm de diámetro que sea tangente exterior a la circunferencia del apartado a.

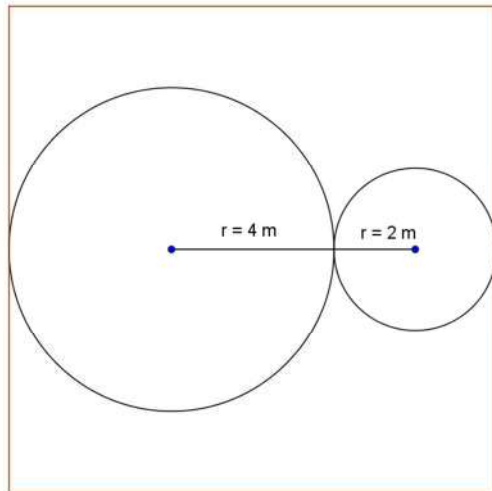


69. En un complejo deportivo han construido dos piscinas circulares tangentes exteriores: una para niños y otra para adultos, cuyo radio es el doble que el de la de niños.
- a. Si el radio de la piscina de niños es de 2 m, ¿qué distancia habrá entre los centros de las dos piscinas?



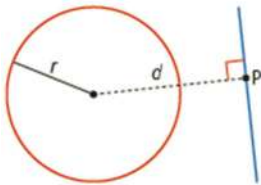
La distancia entre los centros es la suma de los dos radios: 6 m.

- b. Se desea cercar las dos piscinas con un vallado con forma de cuadrado que sea lo más ajustado posible. ¿Cuánto medirá el lado del cuadrado?



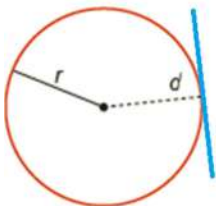
El lado del cuadrado deberá medir la suma de los dos diámetros: 12 m.

70. Dibuja en tu cuaderno una circunferencia de 3 cm de radio.  
 a. Traza una recta exterior a la circunferencia y mide la distancia de la recta al centro. Recuerda que la distancia se mide sobre una perpendicular a la recta que pase por el centro. ¿Qué es mayor: el radio o la distancia al centro?



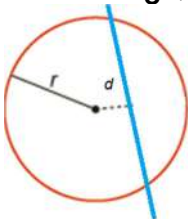
La distancia al centro.

- b. Dibuja una recta tangente a la circunferencia y mide la distancia de la recta al centro. ¿Qué es mayor: el radio o la distancia al centro?



Iguales.

- c. Traza una recta secante a la circunferencia y mide la distancia de la recta al centro. ¿Qué es mayor: el radio o la distancia al centro?



El radio.

71. Crea un logotipo que tenga las siguientes figuras:
- Dos circunferencias secantes,  $C_1$  y  $C_2$ , con igual radio.**  
Respuesta abierta.
  - Una circunferencia tangente interior a  $C_1$  con la mitad de su radio.**  
Respuesta abierta.
  - Una circunferencia tangente exterior a  $C_2$ .**  
Respuesta abierta.
  - Una recta secante a las circunferencias  $C_1$  y  $C_2$  que pase por sus puntos de corte.**  
Respuesta abierta.

### SOLUCIONES PÁG. 259

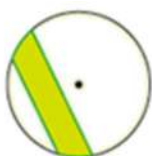
72. Nombra cada una de las siguientes figuras circulares:

a.



Sector circular.

b.



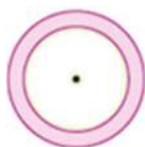
Zona circular.

c.



Segmento circular.

d.



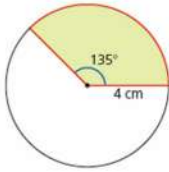
Corona circular.

73. Dibuja en tu cuaderno estas figuras circulares:

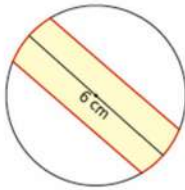
- Trapezio circular.**  
Respuesta abierta.
- Zona circular.**  
Respuesta abierta.
- Corona circular.**  
Respuesta abierta.
- Segmento circular.**  
Respuesta abierta.



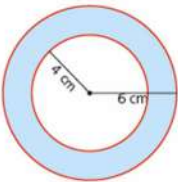
74. Traza en tu cuaderno una circunferencia de 4 cm de radio y dibuja sobre ella un sector circular con un ángulo central de  $135^\circ$ .



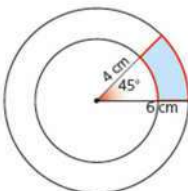
75. Dibuja en tu cuaderno una circunferencia de 6 cm de diámetro y traza en ella una zona circular en la que esté comprendido el centro de la circunferencia.



76. Traza una corona circular correspondiente a dos circunferencias que tengan por radios 4 cm y 6 cm, respectivamente.



77. En la corona circular de la actividad anterior traza un trapecio circular correspondiente a un ángulo central de  $45^\circ$ .



78. Indica cómo se llaman las figuras circulares que puedes apreciar en estas imágenes:

a.



Corona circular.

b.



Corona circular.

c.



Corona circular.

d.



Sector circular.

e.



Corona circular, sector circular.

f.



Trapezio circular, corona circular.

**79. Muchos logos de empresas están elaborados a base de figuras circulares, por ejemplo, algunas marcas de coches.**

**a. Investiga y busca ejemplos de logos en los que aparezcan figuras circulares.**

Respuesta abierta.

**b. Crea tu propio logotipo utilizando figuras circulares.**

Respuesta abierta.

**80. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:**

**a. Un sector circular de  $90^\circ$  corresponde a un cuarto del círculo.**

Verdadero.

**b. El trapezio circular siempre es mayor que su correspondiente sector circular.**

Falso. Es más pequeño.

**c. La corona circular se construye con dos circunferencias interiores.**

Falso. Deben ser también concéntricas.

**d. Una semicircunferencia es un segmento circular cuya cuerda es un diámetro.**

Verdadero.

**e. Si se une una zona circular y un segmento circular que compartan cuerda, se obtiene otro segmento circular mayor que el primero.**

Verdadero.

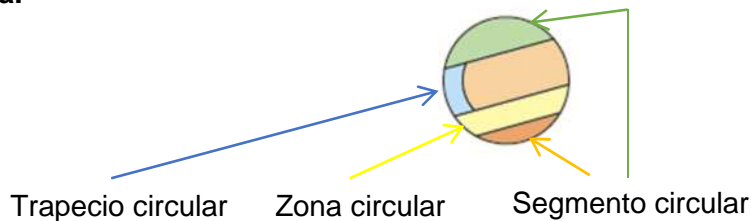
81. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes frases con el término que consideres adecuado:

*circunferencia – zona – trapecio – círculo – corona – sectores*

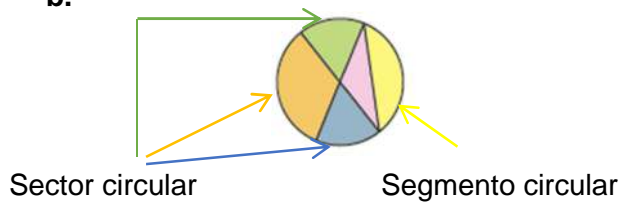
- Un DVD es una corona circular.
- La región construida a partir de circunferencias concéntricas se llama corona circular.
- Un aro es una circunferencia.
- Una zona circular está limitada por dos cuerdas paralelas.
- El círculo se divide en cuatro sectores circulares iguales.
- El trapecio circular es una parte de la corona circular.

82. Indica el nombre de las figuras circulares que aparecen en cada imagen.

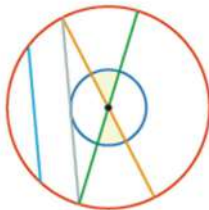
a.



b.



83. Copia la ilustración en tu cuaderno y colorea las siguientes figuras circulares:



- De rojo un sector circular.
- De azul un trapecio circular.
- De verde una zona circular.
- De amarillo un segmento circular.



84. Realizad un concurso de fotografía matemática con motivos que incluyan figuras circulares.

Respuesta abierta.

### SOLUCIONES PÁG. 260

1. Traza las bisectrices, el incentro y la circunferencia inscrita de un triángulo.

Respuesta abierta.

2. Traza las medianas y el baricentro de un triángulo.

Respuesta abierta.

3. Traza las alturas y el ortocentro de un triángulo.

Respuesta abierta.

### SOLUCIONES PÁGINA 261

1. ¿Qué condición deben cumplir tres segmentos para formar un triángulo?

El lado mayor debe ser menor que la suma de los otros dos lados.

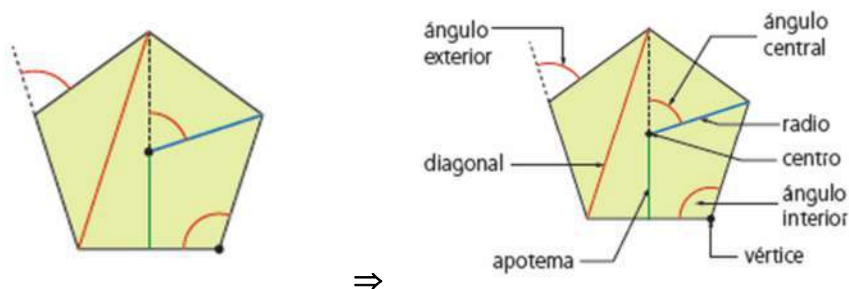
2. Prepara una presentación para tus compañeros. Puedes hacer un PPT, usar Glogster...

Respuesta abierta.

### SOLUCIONES PÁGINA 262

#### POLÍGONOS: ELEMENTOS Y CLASIFICACIÓN

1. Copia en tu cuaderno el siguiente polígono regular e indica el nombre de los elementos marcados:



2. Construye una tabla en la que detalles el número de diagonales que tienen los siguientes polígonos:
- Heptágono.
  - Eneágono.
  - Dodecágono.
  - Triángulo.

El número de diagonales de un polígono es:  $D = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$

Polígono	N.º de diagonales
Heptágono	14
Eneágono	27
Dodecágono	54
Triángulo	0

3. Indica de los siguientes ángulos:

$$72^\circ - 45^\circ - 50^\circ - 30^\circ - 180^\circ - 10^\circ$$

- a. ¿Cuáles son ángulos centrales de un polígono regular? ¿Cómo se denomina ese polígono?

$72^\circ$  pentágono regular,  $45^\circ$  octógono regular,  $30^\circ$  dodecágono regular,  $10^\circ$  polígono regular de 36 lados.

- b. ¿Qué ángulos no pueden ser ángulos centrales? ¿Por qué?

$50^\circ$ ,  $180^\circ$ , porque al dividir  $360^\circ$  entre dichos ángulos no se obtiene un número entero, siendo este número el número de lados.

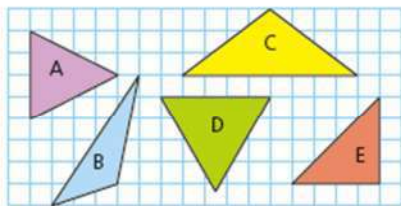
$$\frac{360^\circ}{50^\circ} = 7,2 \Rightarrow \text{No existe un polígono de 7,2 lados.}$$

- c. ¿Cuánto mide el ángulo central de un eneágono regular?

$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow \text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$$

### TRIÁNGULOS: CLASIFICACIÓN Y PROPIEDADES

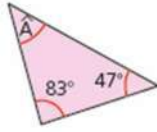
4. Clasifica los siguientes triángulos en función de sus lados y de sus ángulos:



- A. Equilátero, porque tiene los tres lados iguales; acutángulo, por tener los tres ángulos agudos.  
 B. Escaleno, porque tiene los tres lados desiguales; obtusángulo, por tener un ángulo obtuso.  
 C. Isósceles, porque tiene dos lados iguales; obtusángulo, por tener un ángulo obtuso.  
 D. Equilátero, porque tiene los tres lados iguales; acutángulo, por tener los tres ángulos agudos.  
 E. Isósceles, porque tiene dos lados iguales; rectángulo, por tener un ángulo recto.

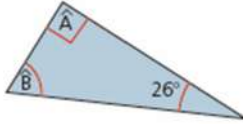
5. Calcula los ángulos que faltan en estos triángulos:

a.



$$\hat{A} = 180^\circ - 83^\circ - 47^\circ = 50^\circ$$

b.



El ángulo  $\hat{A}$  es recto, luego mide  $90^\circ$ .

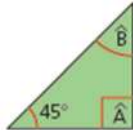
$$\hat{B} = 180^\circ - 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ$$

c.



$$\hat{A} = 180^\circ - 2 \cdot 37^\circ = 106^\circ$$

d.

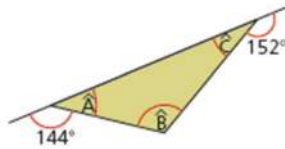


El ángulo  $\hat{A}$  es recto, luego mide  $90^\circ$ .

$$\hat{B} = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

6. Calcula los ángulos que se indican en los siguientes triángulos:

a.

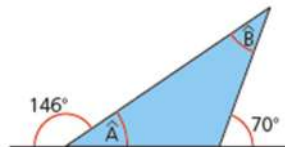


$$\hat{A} = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ, \text{ por ser suplementarios.}$$

$$\hat{C} = 180^\circ - 152^\circ = 28^\circ, \text{ por ser suplementarios.}$$

$$\hat{B} = 180^\circ - 36^\circ - 28^\circ = 116^\circ$$

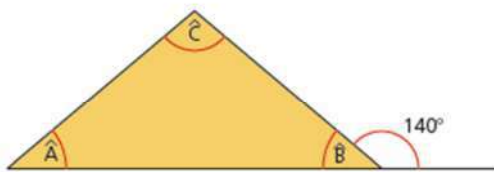
b.



$$\hat{A} = 180^\circ - 146^\circ = 34^\circ, \text{ por ser suplementarios.}$$

$$\hat{B} = 180^\circ - (34^\circ + 110^\circ) = 36^\circ$$

7. Indica con cuál de estas ternas de segmentos es posible formar un triángulo:
- a.  $a = 18 \text{ cm}$ ,  $b = 28 \text{ cm}$ ,  $c = 38 \text{ cm}$   
Sí, porque  $38 < 18 + 28$ .
- b.  $a = 10 \text{ m}$ ,  $b = 20 \text{ m}$ ,  $c = 30 \text{ m}$   
No, porque  $30 = 10 + 20$ .
8. Un triángulo isósceles obtusángulo tiene un ángulo de  $35^\circ$ . ¿Cuánto miden los otros dos ángulos?  
El ángulo obtuso no puede ser el que se repite dos veces, por ello los ángulos son  $35^\circ$  y  $110^\circ$ .
9. Uno de los ángulos exteriores de un triángulo isósceles mide  $140^\circ$ . ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos del triángulo?



$$\hat{B} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ, \text{ por ser suplementarios.}$$

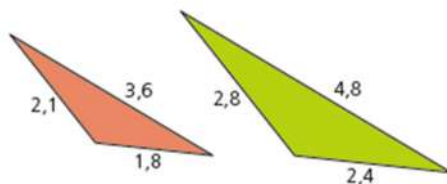
$$\hat{A} = \hat{B} = 40^\circ, \text{ por ser los dos ángulos iguales del triángulo isósceles.}$$

$$\hat{C} = 180^\circ - 40^\circ \cdot 2 = 100^\circ$$

## IGUALDAD Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

10. Inés tiene una cometa triangular cuyas dimensiones son 10 dm, 12 dm y 16 dm. Realiza un dibujo a escala de la cometa, cuya razón de semejanza sea 0,1.  
Las dimensiones para el dibujo a escala son 10 cm, 12 cm y 16 cm.
11. Razona si los siguientes triángulos, cuyos lados están en centímetros, son semejantes e indica su razón de semejanza:

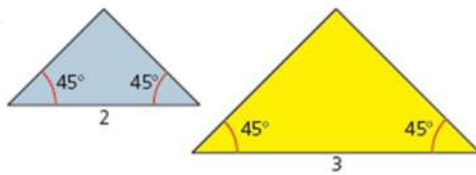
a.



$$\frac{2,8}{2,1} = \frac{4,8}{3,6} = \frac{2,4}{1,8} \Rightarrow \text{Sí son semejantes porque sus lados son proporcionales. Su}$$

$$\text{razón de semejanza es } \frac{4}{3}.$$

b.

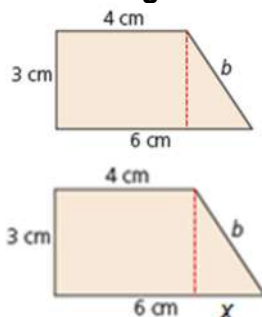


Sí son semejantes por tener sus ángulos homólogos iguales. Su razón de semejanza es  $\frac{3}{2}$

## SOLUCIONES PÁG. 263

### TEOREMA DE PITÁGORAS

12. Halla la longitud del lado  $b$  del trapecio de la siguiente figura:



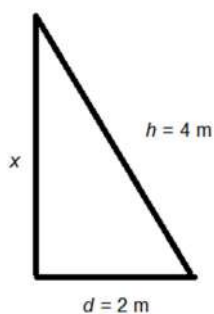
Se averigua el valor de  $x$ :

$$x = 6 - 4 = 2 \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$b^2 = 3^2 + 2^2 \Rightarrow b = 3,61 \text{ cm}$$

13. Una escalera de 4 m de longitud está apoyada en una pared. La base de la escalera reposa en el suelo a una distancia de 2 m de la pared. ¿A qué altura de la pared llega la escalera?



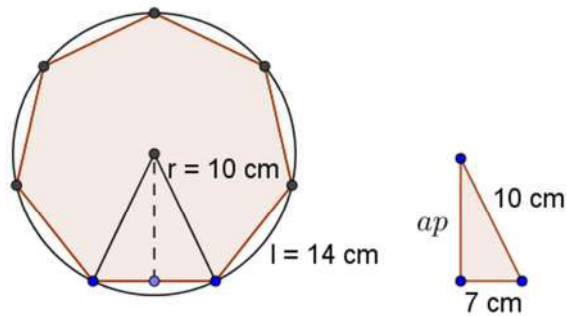
Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$4^2 = 2^2 + x^2 \Rightarrow x = 3,46 \text{ m}$$

14. Actividad resuelta.



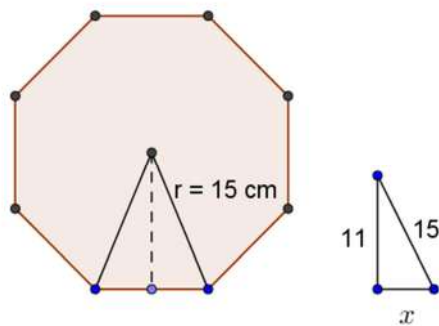
15. Halla la apotema de un heptágono regular si su lado mide 14 cm, y el radio de la circunferencia circunscrita, 10 cm.



Al trazar la apotema en el triángulo del heptágono, se obtiene un triángulo rectángulo. Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$10^2 = 7^2 + ap^2 \Rightarrow ap = 7,14 \text{ cm}$$

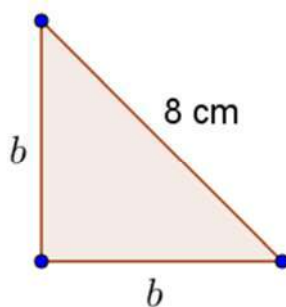
16. Determina el lado de un octógono regular cuya apotema mide 11 cm y que tiene 15 cm de radio.



Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$15^2 = 11^2 + x^2 \Rightarrow x = 10,2 \text{ cm. El lado es el doble, por tanto, mide } 20,4 \text{ cm.}$$

17. La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles mide 8 cm. Halla el valor de los catetos.



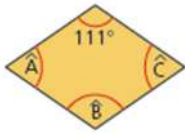
Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$8^2 = b^2 + b^2 \Rightarrow b = 5,66 \text{ cm.}$$

## CUADRILÁTEROS: CLASIFICACIÓN Y PROPIEDADES

18. Halla el valor de los ángulos que falten en cada figura:

a.



$\hat{B} = 111^\circ$ , por ser opuesto al de  $111^\circ$ .

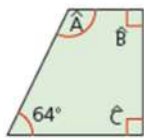
Los ángulos  $\hat{A}$  y  $\hat{B}$  son suplementarios, por tanto:

$$111^\circ + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}$$

El ángulo  $\hat{D}$  mide lo mismo que el ángulo  $\hat{B}$  por ser opuestos:

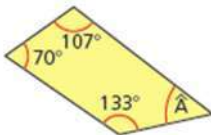
$$\hat{D} = \hat{B} = 113^\circ$$

b.



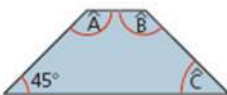
$$\hat{A} = 116^\circ, \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$$

c.



$$\hat{A} = 45^\circ$$

d.



$$\hat{C} = 45^\circ, \hat{A} = \hat{B} = 135^\circ$$

19. Indica el nombre del polígono que cumple las siguientes condiciones:

a. Es un cuadrilátero, tiene cuatro lados iguales, y dos de sus ángulos miden  $110^\circ$ .

Rombo.

b. Tiene cuatro lados, de los cuales solamente dos son paralelos, y tiene un ángulo recto.

Trapezio rectángulo.

c. Tiene tres lados, y dos de sus ángulos miden  $60^\circ$  cada uno.

Triángulo equilátero.

d. Tiene tres lados, y todos sus ángulos son diferentes.

Triángulo escaleno.

e. Tiene tres lados, y uno de sus ángulos mide  $135^\circ$ .

Triángulo obtusángulo.

f. Es un paralelogramo, no es un polígono regular, pero sus cuatro lados son iguales.

Rombo.

20. Busca en Youtube el vídeo que se encuentra en la página de La Eduteca, titulado Clasificación de polígonos, y responde a las preguntas:

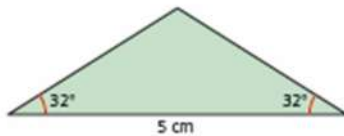


<https://www.youtube.com/watch?v=VxuoSsNnqQ>

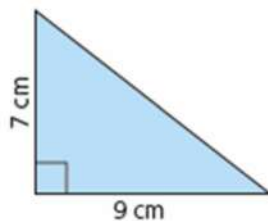
- ¿Qué son los polígonos?**  
Son figuras planas limitadas por una línea poligonal cerrada.
- ¿Cómo se clasifican los triángulos?**  
Según sus lados: equilátero, isósceles y escaleno. Según sus ángulos: acutángulo, rectángulo y obtusángulo.
- ¿Cómo se clasifican los cuadriláteros?**  
En paralelogramos, trapecios y trapezoides.
- ¿Cómo se clasifican los paralelogramos?**  
Cuadrado, rectángulo, rombo y romboide.

### CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS Y POLÍGONOS REGULARES. EJES DE SIMETRÍA

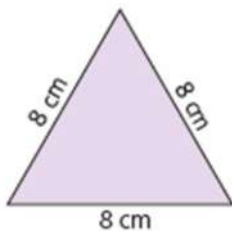
21. Dibuja en tu cuaderno los siguientes triángulos:
- Un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide 5 cm y cuyos ángulos adyacentes son de  $32^\circ$ .



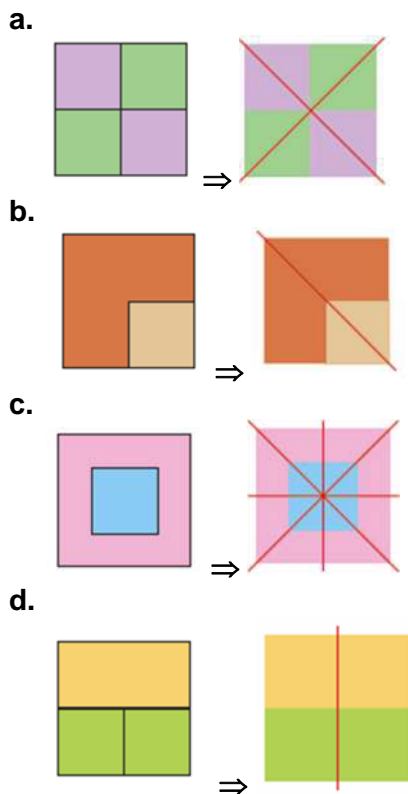
- Un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 7 cm y 9 cm, respectivamente.



- Un triángulo equilátero cuyos lados miden 8 cm.



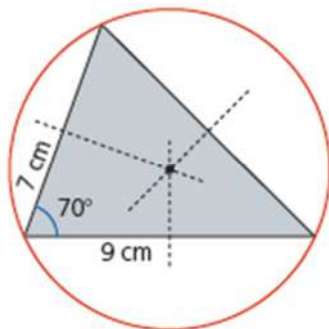
22. Dibuja en tu cuaderno estas figuras y traza el eje o ejes de simetría de cada una:



### SOLUCIONES PÁG. 264

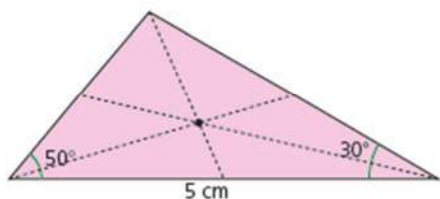
#### RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

23. Dibuja un triángulo tal que dos de sus lados midan 7 cm y 9 cm, respectivamente, y que el ángulo comprendido entre ellos tenga  $70^\circ$ . Traza todas sus mediatrices y la circunferencia circunscrita.



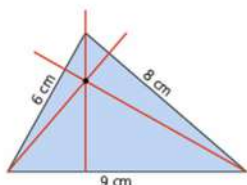
- ¿Cómo se llama el punto en el que se cortan las mediatrices?  
Circuncentro.
- ¿Qué puntos tienen en común el triángulo y la circunferencia circunscrita en él?  
Los vértices.
- ¿Cuál es el radio de dicha circunferencia? Comprueba tus resultados utilizando GeoGebra.  
Distancia del circuncentro al vértice.

24. Dibuja un triángulo que tenga un lado de 5 cm cuyos ángulos adyacentes sean de  $30^\circ$  y  $50^\circ$ , respectivamente. Traza todas sus medianas.



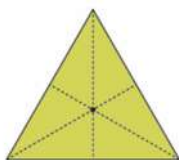
- ¿Cómo se llama el punto B en el que se cortan las medianas?  
Baricentro.
- Mide en cada mediana las distancias desde B hasta su vértice correspondiente y desde B hasta el punto medio del lado opuesto. ¿En qué proporción divide el punto B a cada mediana?  
La distancia al vértice es el doble que al punto medio.
- ¿Con qué punto del triángulo coincide el punto B?  
Con su centro de gravedad.

25. Dibuja un triángulo cuyos lados midan 6 cm, 8 cm y 9 cm, respectivamente. Traza todas sus alturas. ¿Cómo se llama el punto en el que se cortan las alturas?



Ortocentro.

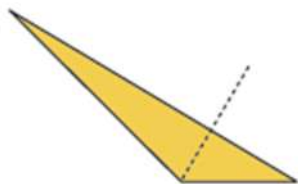
26. Traza en tu cuaderno un triángulo equilátero y dibuja sobre él las mediatrices, las medianas, las bisectrices y las alturas.



- ¿Qué relación guardan entre sí estos elementos notables?  
Todas las rectas notables coinciden.
- ¿Cómo son entre sí los puntos notables?  
Todos los puntos notables coinciden.

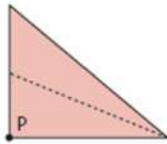
27. Indica qué recta o punto notable aparece en cada figura:

a.



Altura, porque es perpendicular a un lado y pasa por el vértice opuesto.

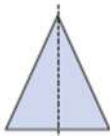
b.



La recta es la mediana porque la recta une un vértice con el punto medio del lado opuesto.

El punto es el ortocentro, porque es el punto de cruce de dos alturas.

c.



Mediana o mediatriz o bisectriz o altura (puede ser cualquiera).

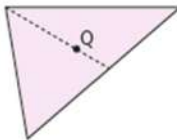
Mediana porque la recta une el punto medio de un lado con el vértice opuesto.

Mediatriz porque la recta es perpendicular por el punto medio.

Bisectriz porque divide al ángulo en dos partes iguales.

Altura porque es perpendicular al lado opuesto.

d.

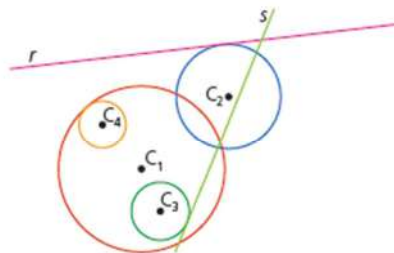


La recta es la mediana porque une el vértice con el punto medio del lado opuesto.

El punto es el baricentro porque está en la mediana.

## CIRCUNFERENCIA. POSICIONES RELATIVAS

28. Indica la posición relativa que tienen las siguientes circunferencias designadas por su centro:



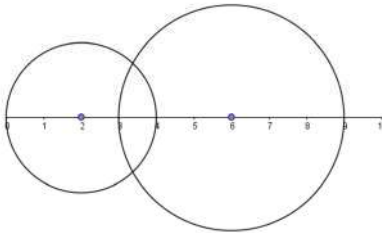
- $C_1$  con respecto a  $r$ . → Exterior.
- $C_3$  con respecto a  $s$ . → Tangente.
- $C_1$  con respecto a  $C_4$ . → Tangentes interiores.
- $C_2$  con respecto a  $C_4$ . → Exteriores.
- $C_2$  con respecto a  $s$ . → Secante.
- $C_1$  con respecto a  $C_2$ . → Secantes.

29. Indica la posición relativa de una recta con respecto a una circunferencia de radio  $r$ , si  $d$  es la distancia de la recta al centro de la circunferencia:

- $r = 3$  cm,  $d = 4$  cm  
Exterior, porque  $d > r$ .

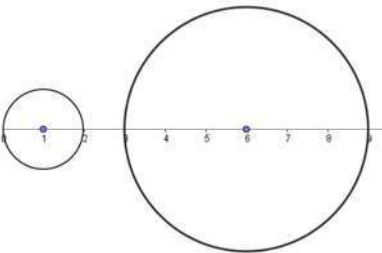
- b.  $r = 5 \text{ cm}$ ,  $d = 2 \text{ cm}$   
Secante, porque  $d < r$ .
- c.  $r = 6 \text{ cm}$ ,  $d = 6 \text{ cm}$   
Tangente, porque  $d = r$ .
- d.  $r = 1 \text{ cm}$ ,  $d = 0 \text{ cm}$   
Secante, pasa por el centro.

30. Dibuja la posición relativa de dos circunferencias con radios  $R$  y  $r$ , respectivamente, si  $d$  es la distancia entre sus centros.
- a.  $r = 2 \text{ cm}$ ,  $R = 3 \text{ cm}$ ,  $d = 4 \text{ cm}$



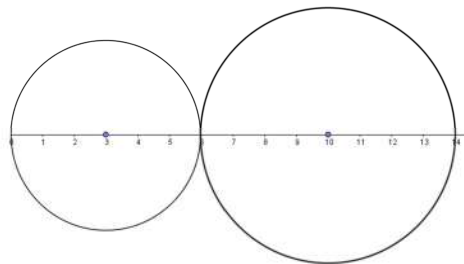
Son secantes.

- b.  $r = 1 \text{ cm}$ ,  $R = 3 \text{ cm}$ ,  $d = 5 \text{ cm}$



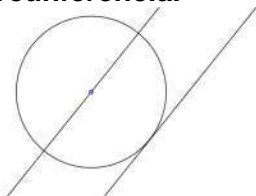
Son exteriores.

- c.  $r = 3 \text{ cm}$ ,  $R = 4 \text{ cm}$ ,  $d = 7 \text{ cm}$



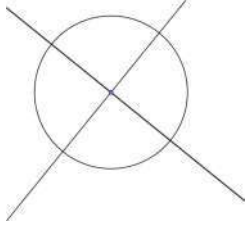
Son tangentes exteriores.

31. Traza en tu cuaderno una circunferencia de 3 cm de radio. A continuación, dibuja las rectas que se indican y describe la posición relativa de cada una con respecto a la circunferencia.
- a. Dos rectas paralelas, una que pasa por el centro y otra por un punto de la circunferencia.



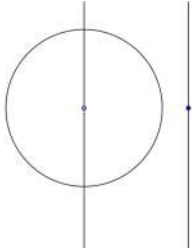
Secante y tangente.

- b. Dos rectas perpendiculares que se cortan en el centro de la circunferencia.



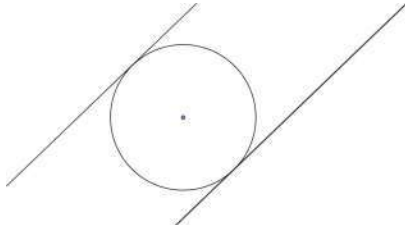
Secantes las dos.

- c. Dos rectas paralelas que distan entre sí 4 cm, una de las cuales pasa por el centro.



Secante y exterior.

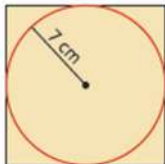
- d. Dos rectas paralelas que distan entre sí 6 cm y dejan el centro justo en medio.



Tangentes las dos.

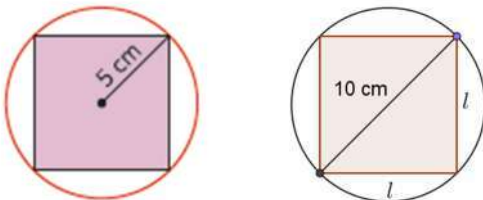
### SOLUCIONES PÁG. 265

32. Halla el lado del cuadrado circunscrito en una circunferencia de 7 cm de radio.



El lado tiene la misma longitud que el diámetro, 14 cm.

33. Halla el lado del cuadrado inscrito en una circunferencia cuyo radio mide 5 cm.



La diagonal del cuadrado coincide con un diámetro de la circunferencia. Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$10^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow l = 7,07 \text{ cm.}$$



34. Busca en Internet el cuadro de Kandinsky titulado *Blando y Duro*. Indica qué tipo de polígonos aprecias en esta obra.

Círculo, trapecio circular, corona circular, sector circular, rectángulo, cuadrado, triángulos: equiláteros, isósceles, rectángulos.

35. ¿Qué posición relativa tienen las circunferencias que aparecen en estas figuras?

a.



Secantes y exteriores.

b.



Tangentes exteriores, interiores, exteriores y concéntricas.

## CÍRCULO Y FIGURAS CIRCULARES

36. Elige la palabra adecuada para cada una de las descripciones:

*círculo – corona circular – sector circular – trapecio circular – segmento circular*

- Zona del círculo limitada por dos cuerdas paralelas.  
Zona circular.
- Figura circular limitada por una cuerda y su arco correspondiente.  
Segmento circular.
- Figura circular comprendida entre dos circunferencias concéntricas.  
Corona circular.
- Zona del círculo limitada por dos radios y el arco correspondiente.  
Sector circular.
- Región encerrada dentro de la circunferencia.  
Círculo.
- Zona de una corona circular limitada por dos radios.  
Trapecio circular.

## EVALUACIÓN

1. El número de diagonales que tiene un octógono es:

a. 16                      b. 8                      c. 20                      d. 24

$$D = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \Rightarrow D = \frac{8 \cdot (8 - 3)}{2} = 20$$

2. El ángulo central de un decágono regular es:  
 a.  $10^\circ$       b.  $36^\circ$       c.  $120^\circ$       d.  $60^\circ$

$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{\text{Número de lados}} \Rightarrow \text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

3. Indica con cuál de estas ternas no se puede construir un triángulo:  
 a. 3, 4, 5      b. 2, 4, 5      c. 1, 3, 5      d. 2, 3, 4

Porque el lado mayor es mayor que la suma de los lados menores:  $5 > 1 + 3$

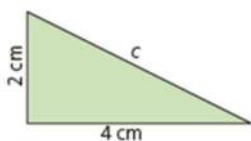
4. Uno de los ángulos de un triángulo rectángulo mide  $35^\circ$ ; ¿cuánto miden los otros ángulos?  
 a.  $90^\circ$ ,  $45^\circ$       b.  $90^\circ$ ,  $55^\circ$       c.  $90^\circ$ ,  $65^\circ$       d.  $90^\circ$ ,  $35^\circ$

La suma de los ángulos internos en un triángulo es  $180^\circ$ . Como uno es recto, el otro mide:  $180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ .

5. Si dos de los ángulos de un triángulo miden  $60^\circ$ , el triángulo es:  
 a. Isósceles      b. Escaleno      c. Equilátero      d. Obtusángulo

La medida del otro ángulo debe ser también de  $60^\circ$ . Por tanto, al tener los tres ángulos iguales, tiene los tres lados iguales.

6. ¿Cuánto mide el tercer lado de este triángulo rectángulo?



- a. 5 cm      b. 3,25 cm      c. 6,1 cm      d. 4,47 cm

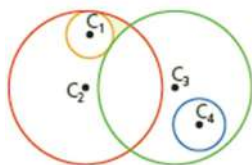
Se aplica el teorema de Pitágoras por ser un triángulo rectángulo:

$$c^2 = 2^2 + 4^2 \Rightarrow c = \sqrt{20} = 4,47$$

7. Un cuadrilátero que tiene los lados paralelos e iguales dos a dos y que no tiene ningún ángulo recto es un:  
 a. Trapecio      b. Rombo      c. Romboide      d. Rectángulo

8. El punto de corte de las mediatrices se llama:  
 a. Ortocentro.      c. Circuncentro.  
 b. Incentro.      d. Baricentro.

9. En la figura adjunta indica qué dos circunferencias son tangentes exteriores:



- a.  $C_1$  y  $C_2$       b.  $C_1$  y  $C_3$       c.  $C_1$  y  $C_4$       d.  $C_2$  y  $C_4$