

Números enteros

El año cero

El pequeño monje corría por los pasillos del palacio papal, y su cara denotaba una satisfacción que difícilmente lograba reprimir.

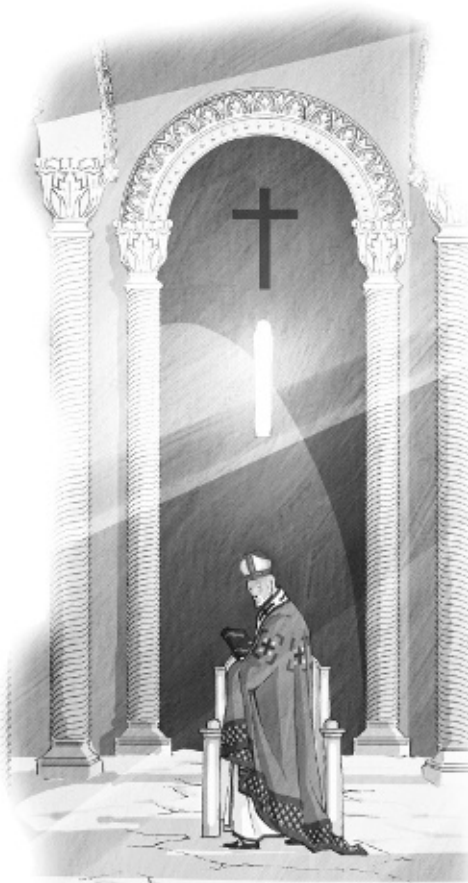
Cuando por fin llegó a la sala donde se encontraba el Papa, se arrodilló, besó su anillo y, con falsa modestia, dijo:

—Lo encontré, Su Santidad:
el Año de la Salvación, cuando Nuestro Señor vino al mundo.

El Papa leyó con avidez el documento que Dionisio *el Exiguo* le había entregado, en el que databa el nacimiento de Cristo en el año 753 de la fundación de Roma. Al mismo tiempo, el monje repetía:

—El año 754 de la fundación de Roma es nuestro primer año: *primus anno Domini*, el año primero de la Era del Señor.

Pero lo que estos dos personajes no podían imaginar es que, al contar los años de forma ordinal: año primero, año segundo, año tercero..., eliminaban el año cero. Este hecho provocó una enorme polémica hace algunos años; así, mientras unas personas mantenían que el siglo XXI comenzaba el 1 de enero de 2000, los hechos demostraban que este siglo comenzó el 1 de enero de 2001.



DESCUBRE LA HISTORIA...

- 1** Dionisio *el Exiguo* fue un monje que nació a finales del siglo v. Busca información sobre su vida y sobre sus aportaciones a la creación del calendario cristiano.

Una biografía sobre la vida y la obra de Dionisio *el Exiguo* se puede encontrar en: http://ec.aciprensa.com/wiki/Dionisio_el_Exiguo

- 2** Investiga sobre el encargo que el papa Juan I hizo a Dionisio *el Exiguo*. ¿Fueron correctos los cálculos del monje?

En esta página se puede encontrar el encargo del papa Juan I a Dionisio *el Exiguo*: <http://www.erain.es/departamentos/religion/historia/antigua/sigloI-A.htm>

Una aclaración sobre los problemas del nuevo calendario se puede encontrar en: <http://www.uv.es/ivorra/Historia/Cero.htm>

- 3** ¿Cuál fue la polémica que se creó en los últimos años de la década de los noventa sobre el inicio del siglo xxi? ¿A qué se debió esa polémica?

En esta página se puede encontrar una explicación del año en que comienza un siglo: <http://ecmes.wordpress.com/2006/05/17/cristo-nacio-6-anos-antes-de-cristo/>

EVALUACIÓN INICIAL

- 1** Expresa, utilizando números enteros, estas situaciones.

- a) El submarino está situado a 25 m bajo el nivel del mar.
 b) El hecho ocurrió en el año 255 antes de cristo.
 c) La cima de la montaña está situada a 2210 m sobre el nivel del mar.
 d) No me queda dinero.

a) -25 m b) Año -255 c) $+2210$ m d) 0 €

- 2** Resuelve las siguientes operaciones.

a) $82 - 14 : 2 \cdot 3 + 12 : 3$

b) $18 : 3 \cdot 5 - 24 : 6 : 2 + 25$

c) $7 \cdot 6 : 21 - 25 : 5 + 16 \cdot 2 : 8$

d) $55 : 5 - 9 : 3 \cdot 3 + 17$

a) $82 - 21 + 4 = 65$

c) $2 - 5 + 4 = 1$

b) $30 - 2 + 25 = 53$

d) $11 - 9 + 17 = 19$

- 3** Determina cuáles de estas divisiones son exactas.

a) $35 : 2$

c) $138 : 4$

e) $356 : 6$

b) $84 : 3$

d) $223 : 5$

Solo es exacta la división del apartado b).

Números enteros

EJERCICIOS

001 Expresa con números enteros.

- a) El avión vuela a una altura de tres mil metros.
- b) El termómetro marca tres grados bajo cero.
- c) Le debo cinco euros a mi hermano.

- a) $+3000$ m
- b) -3 °C
- c) -5 €

002 Halla el valor absoluto de:

$$-4 \quad +5 \quad -13 \quad +27 \quad -1 \quad +18$$

$$|-4| = 4$$

$$|+27| = 27$$

$$|+5| = 5$$

$$|-1| = 1$$

$$|-13| = 13$$

$$|+18| = 18$$

003 Escribe situaciones que correspondan a estos números.

- a) $+57$ €
- b) -100 m
- c) -6 °C
- d) $+2$

- a) El precio del taladro es cincuenta y siete euros.
- b) El calamar vive a cien metros de profundidad.
- c) La temperatura mínima en enero fue de seis grados bajo cero.
- d) Somos dos hermanos.

004 El valor absoluto de un número entero a es 7. ¿Qué número es?

Si $|a| = 7$, entonces $a = +7$ o $a = -7$.

005 Escribe el opuesto de estos números.

- a) -8
- b) $+54$
- c) $+3$
- d) -5

$$a) \text{Op}(-8) = +8$$

$$c) \text{Op}(+3) = -3$$

$$b) \text{Op}(+54) = -54$$

$$d) \text{Op}(-5) = +5$$

006 Copia y completa con el signo $< o >$, según corresponda.

- a) $-2 \square -5$
- b) $-7 \square 0$
- c) $-1 \square +2$
- a) $-2 > -5$
- b) $-7 < 0$
- c) $-1 < +2$

007 Ordena, de menor a mayor, los siguientes números enteros:

$$+8 \quad -2 \quad +3 \quad +11 \quad 0 \quad -7 \quad -9$$

$$-9 < -7 < -2 < 0 < 3 < 8 < 11$$

008 Si $a < -3$, ¿puede ser $a < 0$?

Como $a < -3$ y $-3 < 0$, entonces $a < 0$ siempre.

009 Calcula utilizando los dos métodos estudiados.

a) $-11 + 8 - 6 - 7 + 9$

b) $3 - 8 + 12 - 15 - 1 + 10 - 4$

c) $15 - 14 + 9 - 21 - 13 + 6$

d) $-(4 - 9 + 3) + (11 - 8 - 7) + (-15)$

e) $(+3) - (4 + 7 - 9) - (-19 + 3 - 10) + (-2)$

$$\begin{aligned} \text{a) } -11 + 8 - 6 - 7 + 9 &= -3 - 6 - 7 + 9 = -9 - 7 + 9 = -16 + 9 = -7 \\ -11 + 8 - 6 - 7 + 9 &= (8 + 9) - (11 + 6 + 7) = 17 - 24 = -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3 - 8 + 12 - 15 - 1 + 10 - 4 &= -5 + 12 - 15 - 1 + 10 - 4 = \\ &= 7 - 15 - 1 + 10 - 4 = \\ &= -8 - 1 + 10 - 4 = \\ &= -9 + 10 - 4 = 1 - 4 = -3 \\ 3 - 8 + 12 - 15 - 1 + 10 - 4 &= (3 + 12 + 10) - (8 + 15 + 1 + 4) = \\ &= 25 - 28 = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 15 - 14 + 9 - 21 - 13 + 6 &= 1 + 9 - 21 - 13 + 6 = 10 - 21 - 13 + 6 = \\ &= -11 - 13 + 6 = -24 + 6 = -18 \\ 15 - 14 + 9 - 21 - 13 + 6 &= (15 + 9 + 6) - (14 + 21 + 13) = \\ &= 30 - 48 = -18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } -4 + 9 - 3 + 11 - 8 - 7 - 15 &= 5 - 3 + 11 - 8 - 7 - 15 = \\ &= 2 + 11 - 8 - 7 - 15 = \\ &= 13 - 8 - 7 - 15 = \\ &= 5 - 7 - 15 = -2 - 15 = -17 \\ -4 + 9 - 3 + 11 - 8 - 7 - 15 &= (9 + 11) - (4 + 3 + 8 + 7 + 15) = \\ &= 20 - 37 = -17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 3 - 4 - 7 + 9 + 19 - 3 + 10 - 2 &= -1 - 7 + 9 + 19 - 3 + 10 - 2 = \\ &= -8 + 9 + 19 - 3 + 10 - 2 = \\ &= 1 + 19 - 3 + 10 - 2 = \\ &= 20 - 3 + 10 - 2 = \\ &= 17 + 10 - 2 = 27 - 2 = 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 - 4 - 7 + 9 + 19 - 3 + 10 - 2 &= \\ &= (3 + 9 + 19 + 10) - (4 + 7 + 3 + 2) = \\ &= 41 - 16 = 25 \end{aligned}$$

Números enteros

010 Cathy tenía en el banco 250 €. Después ha pagado un recibo de 485 € y ha cobrado 900 €. ¿Cuál es su saldo actual?

$$250 - 485 + 900 = -235 + 900 = 665 \text{ €}$$

011 Calcula el valor de a :

$$4 - (a + 2) - 3 = -1$$

$$4 - a - 2 - 3 = -1 \rightarrow -1 - a = -1 \rightarrow a = 0$$

012 Resuelve estas multiplicaciones.

a) $(-3) \cdot (+2)$

d) $(+2) \cdot (+7)$

b) $(-2) \cdot (-8)$

e) $(+5) \cdot (-4)$

c) $(+7) \cdot (-4)$

f) $(-5) \cdot (-7)$

a) -6

d) 14

b) 16

e) -20

c) -28

f) 35

013 Calcula las divisiones.

a) $(-12) : (+6)$

d) $(+21) : (+7)$

b) $(-6) : (-2)$

e) $(+24) : (-4)$

c) $(+28) : (-4)$

f) $(-42) : (-7)$

a) -2

d) 3

b) 3

e) -6

c) -7

f) 6

014 Resuelve estas operaciones.

a) $(-4) \cdot (+2) \cdot (-6)$

d) $(+20) : (+2) : (-5)$

b) $(+8) \cdot (-3) \cdot (-4)$

e) $(-32) : (-4) : (-8)$

c) $(-2) \cdot (-3) \cdot (-4)$

f) $(-80) : (-20) : (-4)$

a) 48

d) -2

b) 96

e) -1

c) -24

f) -1

015 Copia y completa con los números adecuados.

a) $(\square) : 4 = -10$

c) $(-100) : (\square) = -25$

b) $40 : (\square) = -8$

d) $(\square) : (-12) = 6$

a) $(-40) : 4 = -10$

c) $(-100) : 4 = -25$

b) $40 : (-5) = -8$

d) $(-72) : (-12) = 6$

016 Escribe cómo se leen las potencias y calcula su valor.

a) 3^5 c) $(-8)^6$ e) 10^3 g) $(-4)^2$

b) 2^2 d) $(-5)^3$ f) 4^2 h) $(-2)^3$

a) 3 elevado a 5 es 243.

e) 10 al cubo es 1000.

b) 2 al cuadrado es 4.

f) 4 al cuadrado es 16.

c) -8 elevado a 6 es 262 144.

g) -4 al cuadrado es 16.

d) -5 al cubo es -125 .

h) -2 al cubo es -8 .

017 Expresa en forma de potencia y halla su valor.

a) $6 \cdot 6 \cdot 6$

c) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

d) $(-5) \cdot (-5)$

a) $6^3 = 216$

c) $(-2)^3 = -8$

b) $2^5 = 32$

d) $(-5)^2 = 25$

018 Calcula el exponente de estas potencias.

a) $3^{\square} = 27$

c) $4^{\square} = 64$

b) $(-3)^{\square} = -27$

d) $(-2)^{\square} = 16$

a) $3^3 = 27$

c) $4^3 = 64$

b) $(-3)^3 = -27$

d) $(-2)^4 = 16$

019 Busca dos números tales que, al elevarlos a la cuarta potencia, tengan el mismo valor. ¿Cuántos números cumplen esta condición?

Respuesta abierta. Por ejemplo: $2^4 = 16 = (-2)^4$

Todo número y su opuesto elevados a la cuarta dan el mismo resultado.

020 Expresa estas operaciones con potencias con una sola potencia, y utiliza la calculadora para resolverlas.

a) $3^4 \cdot 3^5$

c) $4^{12} : 4^8$

e) $(-3)^6 \cdot (-3)^2$

g) $(-4)^{12} : (-4)^8$

b) $5^3 \cdot 5^2$

d) $7^4 : 7$

f) $(-5)^3 \cdot (-5)^2$

h) $(-7)^4 : (-7)$

a) $3^9 = 19683$

c) $4^4 = 256$

e) $(-3)^8 = 6561$

g) $(-4)^4 = 256$

b) $5^5 = 3125$

d) $7^3 = 343$

f) $(-5)^5 = -3125$

h) $(-7)^3 = -343$

021 Resuelve las operaciones.

a) $5^2 \cdot 5^2 + 3^6 : 3^5 + 10^2 \cdot 10^3$

b) $5^2 : 5 + 3^3 \cdot 3^2 + 10^2 : 10^2$

a) $5^2 \cdot 5^2 + 3^6 : 3^5 + 10^2 \cdot 10^3 = 5^4 + 3 + 10^5 = 625 + 3 + 100000 = 100628$

b) $5^2 : 5 + 3^3 \cdot 3^2 + 10^2 : 10^2 = 5 + 3^5 + 1 = 5 + 243 + 1 = 249$

Números enteros

022 Calcula el exponente que falta.

a) $4^6 \cdot 4^{\square} = 4^9$

b) $(-7)^{\square} : (-7)^3 = (-7)^3$

a) $4^6 \cdot 4^3 = 4^9$

b) $(-7)^6 : (-7)^3 = (-7)^3$

023 Calcula estas potencias.

a) $(7^4)^6$

c) 4^0

e) $(-4)^1$

b) $[(-2)^3]^4$

d) $(-2)^0$

f) 23^1

a) 7^{24}

d) 1

b) $(-2)^{12}$

e) -4

c) 1

f) 23

024 Expresa como un producto o una división de potencias.

a) $(3 \cdot 2)^3$

c) $[(-3) \cdot 2]^3$

e) $[(-3) \cdot (-2)]^3$

b) $(8 : 4)^4$

d) $[(-8) : 4]^4$

f) $[(-8) : (-4)]^4$

a) $3^3 \cdot 2^3$

d) $(-8)^4 : 4^4$

b) $8^4 : 4^4$

e) $(-3)^3 \cdot (-2)^3$

c) $(-3)^3 \cdot 2^3$

f) $(-8)^4 : (-4)^4$

025 Expresa como una sola potencia.

a) $8^3 \cdot 2^3$

c) $(-12)^5 \cdot 4^5$

e) $(-14)^8 \cdot (-7)^8$

b) $8^3 : 2^3$

d) $(-12)^5 : 4^5$

f) $(-14)^8 : (-7)^8$

a) 16^3

c) $(-48)^5$

e) 98^8

b) 4^3

d) $(-3)^5$

f) 2^8

026 Sin operar, di si las desigualdades son ciertas.

a) $(1 : 2)^3 < \frac{1}{4}$

b) $(-2 : 7)^3 > 1$

a) Cierta

b) Falsa

027 Halla la raíz cuadrada de estos números.

a) 169

c) 196

e) 225

b) 400

d) 900

f) 1600

a) ± 13

c) ± 14

e) ± 15

b) ± 20

d) ± 30

f) ± 40

028 Calcula la raíz cuadrada entera y el resto.

a) 45

b) 87

c) 115

a) Raíz: 6, resto: 9

b) Raíz: 9, resto: 6

c) Raíz: 10, resto: 15

029 Obtén un número cuya raíz cuadrada entera sea 6 y su resto 2.

$$6 \cdot 6 + 2 = 36 + 2 = 38$$

030 ¿Cuánto puede valer como máximo el resto de una raíz cuadrada entera?

El resto es, como máximo, el doble de la raíz entera.

031 Calcula.

a) $(+4) \cdot (-7) + (-3) \cdot (-2)$

c) $(-4) \cdot (-5) - (+3) \cdot (-2)$

b) $(+16) : (-8) + (-24) : (-6)$

d) $(-12) : (-3) - (+4) : (-2)$

a) $-28 + 6 = -22$

c) $20 - (-6) = 26$

b) $-2 + 4 = 2$

d) $4 - (-2) = 6$

032 Haz estas operaciones.

a) $(+7) - (-12) \cdot (+5)$

c) $[4^2 - (-4)] : [2 \cdot (-2)]$

b) $(-5) - [(-6) - (-5) \cdot (-9)]$

d) $(3^2 - 4) \cdot (-5) - 1$

a) $(+7) - (-12) \cdot (+5) = 7 + 60 = 67$

b) $(-5) - [(-6) - (-5) \cdot (-9)] = -5 - [-6 - 45] = -5 - (-51) = -5 + 51 = 46$

c) $[4^2 - (-4)] : [2 \cdot (-2)] = [16 - (-4)] : (-4) = (16 + 4) : (-4) = 20 : (-4) = -5$

d) $(3^2 - 4) \cdot (-5) - 1 = (9 - 4) \cdot (-5) - 1 = 5 \cdot (-5) - 1 = -25 - 1 = -26$

033 Resuelve las operaciones.

a) $(+45) : [(-7) + (+2)]$

d) $(-8) \cdot [(+21) : (-3)]$

b) $(+2) \cdot [(-63) : (-7)]$

e) $(-7) - [(-14) : (+2) - (-7)]$

c) $(-25) : [(+3) - (+8)]$

a) $(+45) : [(-7) + (+2)] = 45 : [-7 + 2] = 45 : (-5) = -9$

b) $(+2) \cdot [(-63) : (-7)] = 2 \cdot 9 = 18$

c) $(-25) : [(+3) - (+8)] = -25 : (-5) = 5$

d) $(-8) \cdot [(+21) : (-3)] = -8 \cdot (-7) = 56$

e) $(-7) - [(-14) : (+2) - (-7)] = -7 - (-7 + 7) = -7$

034 Calcula.

a) $(+50) - (-4)^2 + (-3)^3$

b) $-4^3 - (-5)^2 - (-12)$

a) $(+50) - (-4)^2 + (-3)^3 = 50 - (+16) + (-27) = 50 - 16 - 27 = 50 - 43 = 7$

b) $-4^3 - (-5)^2 - (-12) = -64 - 25 + 12 = -77$

Números enteros

035 Calcula diez múltiplos y todos los divisores de estos números.

- a) 8 b) 7 c) 4 d) 10

¿Cuántos múltiplos tiene un número entero?

a) $\dot{8} = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80\}$
Div (8) = {1, 2, 4, 8}

b) $\dot{7} = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70\}$
Div (7) = {1, 7}

c) $\dot{4} = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40\}$
Div (4) = {1, 2, 4}

d) $\dot{10} = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$
Div (10) = {1, 2, 5, 10}

Un número entero tiene infinitos múltiplos.

036 ¿Cuáles de los siguientes números son primos?

4 5 9 11 14 17 21

Son primos 5, 11 y 17. Todos los demás números son divisibles por 2 o por 3.

037 Copia en tu cuaderno y completa.

Div (18) = {1, □, □, 6, □, 18} Div (45) = {1, □, □, □, □, 45}

Div (18) = {1, 2, 3, 6, 9, 18} Div (45) = {1, 3, 5, 9, 15, 45}

038 Determina el valor de a.

Div (a) = {1, 5, 11, □}

a = 55

039 Comprueba si son divisibles por 2, 3, 5, 10 y 11.

- a) 145 b) 3467 c) 12624 d) 212

- a) 145 es divisible por 5.
b) 3467 no es divisible por ninguno de estos números.
c) 12624 es divisible por 2 y 3.
d) 212 es divisible por 2 y 11.

040 Descompón en factores primos.

- a) 210 b) 270 c) 66 d) 92

a) $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

b) $270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$

c) $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$

d) $92 = 2^2 \cdot 23$

041 Escribe todas las parejas de números cuyo producto dé como resultado 30.

1 y 30, 2 y 15, 3 y 10, 5 y 6

042 Calcula a para que $3a6$ sea múltiplo de 11.

$$a = 3 + 6 = 9$$

043 Descompón estos números en factores primos, y calcula su máximo común divisor y su mínimo común múltiplo.

a) 18 y 20

d) 18 y 32

b) 28 y 42

e) 48 y 32

c) 18 y 4

f) 21 y 28

a) $18 = 2 \cdot 3^2$

$20 = 2^2 \cdot 5$

m.c.d. (18, 20) = 2

m.c.m. (18, 20) = 180

d) $18 = 2 \cdot 3^2$

$32 = 2^5$

m.c.d. (18, 32) = 2

m.c.m. (18, 32) = 288

b) $28 = 2^2 \cdot 7$

$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

m.c.d. (28, 42) = 14

m.c.m. (28, 42) = 84

e) $48 = 2^4 \cdot 3$

$32 = 2^5$

m.c.d. (48, 32) = 16

m.c.m. (48, 32) = 96

c) $18 = 2 \cdot 3^2$

$4 = 2^2$

m.c.d. (18, 4) = 2

m.c.m. (18, 4) = 36

f) $21 = 3 \cdot 7$

$28 = 2^2 \cdot 7$

m.c.d. (21, 28) = 7

m.c.m. (21, 28) = 84

044 Halla el m.c.d. y el m.c.m. de estos números.

a) 10, 12 y 35

b) 15, 20 y 27

$$\left. \begin{array}{l} a) 10 = 2 \cdot 5 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 35 = 5 \cdot 7 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{m.c.d. (10, 12, 35)} = 1 \\ \text{m.c.m. (10, 12, 35)} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} b) 15 = 3 \cdot 5 \\ 20 = 2^2 \cdot 5 \\ 27 = 3^3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{m.c.d. (15, 20, 27)} = 1 \\ \text{m.c.m. (15, 20, 27)} = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 540 \end{array}$$

045 Da dos valores de x para que se cumpla que $\text{m.c.m.}(x, 8) = 40$.

x puede tomar cualquiera de estos valores: 5, 10, 20 o 40.

Números enteros

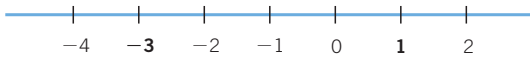
ACTIVIDADES

046 Expresa con un número entero.

- a) Luis ganó 6 000 € en la lotería.
- b) El termómetro marcó 7 °C bajo cero.
- c) Marta vive en el cuarto piso.
- d) La tienda está en el segundo sótano.

- a) +6000 c) +4
b) -7 d) -2

047 Copia y completa esta recta numérica:



048 Representa estos números enteros en una recta numérica:

-5, 7, -9, 0, -3 y 2



049 ¿Cuántos números enteros hay entre -4 y 4?



Hay 7 números.

050 Copia y completa con el signo < o >.

- a) $-9 \square -12$ c) $-1 \square -4$
b) $3 \square -2$ d) $-7 \square -5$
- a) $-9 > -12$ c) $-1 > -4$
b) $3 > -2$ d) $-7 < -5$

051 Halla el número anterior y posterior.

- a) $\square < 4 < \square$ c) $\square < -4 < \square$
b) $\square < 12 < \square$ d) $\square < -8 < \square$
- a) $3 < 4 < 5$
b) $11 < 12 < 13$
c) $-5 < -4 < -3$
d) $-9 < -8 < -7$

052 Determina un número entero que esté comprendido entre los números que se indican.

a) $-3 < \square < 0$

c) $7 < \square < 10$

b) $-8 < \square < -5$

d) $-4 < \square < -2$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $-3 < -2 < 0$

c) $7 < 9 < 10$

b) $-8 < -6 < -5$

d) $-4 < -3 < -2$

053 Escribe dos números enteros.

a) Menores que $+3$ y mayores que -1 .

b) Menores que -3 .

c) Mayores que -6 .

d) Mayores que -2 y menores que $+1$.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $-1 < 0 < +2 < +3$

b) $-6 < -5 < -3$

c) $-6 < -4 < -3$

d) $-2 < -1 < 0 < +1$

054 Ordena, de menor a mayor, los siguientes números: $-4, 6, -7, 11, -9, -6, 0, 2$ y -1 .

$$-9 < -7 < -6 < -4 < -1 < 0 < 2 < 6 < 11$$

055 El opuesto de un número es -5 . ¿Cuál es el número?

Si $\text{Op}(n) = -5$, entonces $n = 5$.

056 El opuesto del opuesto de un número es $+3$. ¿Cuál es ese número?

Si $\text{Op}(\text{Op}(n)) = +3$, entonces $n = 3$.

057 ¿Qué valores puede tomar a en cada caso?

a) $|a| = 6$

b) $|a| = 17$

a) $a = -6$ o $a = 6$

b) $a = -17$ o $a = 17$

058 ¿Cómo es el valor absoluto de un número cualquiera y de su opuesto?

El valor absoluto es siempre positivo; por ejemplo: $|-3| = 3$ y $|3| = 3$

Números enteros

059 ¿Puede ser $|x| = -1$? Razónalo.

No, porque el valor absoluto de cualquier número es siempre positivo.

060 Calcula las siguientes sumas y restas.

a) $(+12) + (+25)$

b) $(-9) + (+13)$

c) $(-3) + (-11)$

d) $(+17) + (-8)$

e) $(+19) - (+5)$

f) $(-21) - (+33)$

g) $(-7) - (-11)$

h) $(+22) - (-15)$

a) 37

c) -14

e) 14

g) 4

b) 4

d) 9

f) -54

h) 37

061 Copia y completa esta tabla:

a	b	$a - b$	$b - a$	$a + b$	$b + a$
-7	+9	-16	16	2	2
-12	-5	-7	7	-17	-17
+11	-18	29	-29	-7	-7
+23	+17	6	-6	40	40

Fíjate en las dos últimas columnas. ¿Qué observas?

La suma cumple la propiedad conmutativa, pero la resta no la cumple.

062 Realiza las siguientes sumas.

a) $(+10) + (-5) + (+7) + (-9)$

b) $(-29) + (-12) + (-9) + (+17)$

c) $(-20) + (+33) + (+21) + (-23)$

d) $(-23) + (-41) + (-16) + (+50)$

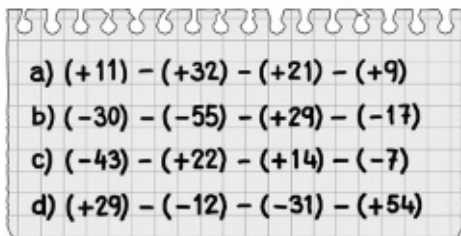
a) $(+10) + (-5) + (+7) + (-9) = 10 - 5 + 7 - 9 = 17 - 14 = 3$

b) $(-29) + (-12) + (-9) + (+17) = -29 - 12 - 9 + 17 = 17 - 50 = -33$

c) $(-20) + (+33) + (+21) + (-23) = -20 + 33 + 21 - 23 = 54 - 43 = 11$

d) $(-23) + (-41) + (-16) + (+50) = -23 - 41 - 16 + 50 = 50 - 80 = -30$

063 Calcula estas restas.



a) $(+11) - (+32) - (+21) - (+9)$
 b) $(-30) - (-55) - (+29) - (-17)$
 c) $(-43) - (+22) - (+14) - (-7)$
 d) $(+29) - (-12) - (-31) - (+54)$

$$\begin{aligned} \text{a) } (+11) - (+32) - (+21) - (+9) &= 11 - 32 - 21 - 9 = \\ &= 11 - 62 = -51 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (-30) - (-55) - (+29) - (-17) &= -30 + 55 - 29 + 17 = \\ &= 72 - 59 = 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (-43) - (+22) - (+14) - (-7) &= -43 - 22 - 14 + 7 = \\ &= 7 - 79 = -72 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (+29) - (-12) - (-31) - (+54) &= 29 + 12 + 31 - 54 = \\ &= 72 - 54 = 18 \end{aligned}$$

064 Realiza estas sumas y restas combinadas.

a) $(-21) + (-12) - (+9)$

b) $(+17) - (+23) + (+34)$

c) $(-32) + (-19) - (-11)$

d) $(-54) - (+22) + (-10)$

$$\text{a) } (-21) + (-12) - (+9) = -21 - 12 - 9 = -42$$

$$\text{b) } (+17) - (+23) + (+34) = 17 - 23 + 34 = 51 - 23 = 28$$

$$\text{c) } (-32) + (-19) - (-11) = -32 - 19 + 11 = 11 - 51 = -40$$

$$\text{d) } (-54) - (+22) + (-10) = -54 - 22 - 10 = -86$$

065 Calcula.

a) $8 - 7 + 4 - 3 - 2$

b) $-7 - 5 + 3 - 9 - 1 + 11$

c) $-4 - 2 + 5 - 1 - 4 + 1$

d) $6 - 3 + 3 - 10 - 4 + 13$

e) $-9 - 14 + 4 - 56 - 16 + 1$

f) $9 + 14 - 6 - 93 + 19$

a) 0

d) 5

b) -8

e) -90

c) -5

f) -57

Números enteros

066 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN OPERACIONES DE SUMAS Y RESTAS COMBINADAS CON PARÉNTESIS?

Calcula: $-3 + (-8 + 9) - (3 - 6)$

PRIMERO. Se eliminan los paréntesis.

- Si están precedidos por el signo $+$, se mantienen las operaciones del interior como aparecen.
- Si están precedidos por el signo $-$, todos los signos del interior se transforman en sus opuestos.

$$\begin{array}{l}
 \overbrace{(-8 + 9)}^{+} = -8 + 9 \\
 -3 + (-8 + 9) - \underbrace{(3 - 6)}_{-} = -3 - 8 + 9 - 3 + 6 \\
 \downarrow \\
 -(3 - 6) = -3 + 6
 \end{array}$$

SEGUNDO. Se agrupan los sumandos positivos, por un lado, y los negativos, por otro.

$$\begin{array}{l}
 -3 - 8 + \overbrace{9 - 3 + 6} \\
 \underbrace{} \\
 = (9 + 6) - (3 + 8 + 3) = \\
 = 15 - 14 = 1
 \end{array}$$

067 Realiza estas operaciones.



a) $6 + (-4 + 2) - (-3 - 1)$

b) $7 - (4 - 3) + (-1 - 2)$

a) $6 - 4 + 2 + 3 + 1 = 8$

b) $7 - 4 + 3 - 1 - 2 = 3$

c) $3 + (2 - 3) - (1 - 5 - 7)$

d) $-8 + (1 + 4) + (-7 - 9)$

c) $3 + 2 - 3 - 1 + 5 + 7 = 13$

d) $-8 + 1 + 4 - 7 - 9 = -19$

068 Copia y completa los huecos para que las igualdades sean ciertas.



a) $(-11) + \square = +4$

b) $(+13) + \square = +12$

c) $\square + (-20) = -12$

a) $(-11) + 15 = +4$

b) $(+13) + (-1) = +12$

c) $8 + (-20) = -12$

d) $(+3) - \square = -7$

e) $(-15) - \square = +9$

f) $\square - (+8) = +7$

d) $(+3) - 10 = -7$

e) $(-15) - (-24) = +9$

f) $15 - (+8) = +7$

069 Calcula los siguientes productos.



a) $(+12) \cdot (+4)$

b) $(-42) \cdot (-3)$

a) 48

b) 126

c) $(+5) \cdot (-35)$

d) $(-14) \cdot (+5)$

c) -175

d) -70

070 Copia y completa esta tabla:

a	b	$a \cdot b$	$b \cdot a$
-4	-6	24	24
+6	-8	-48	-48
-9	+5	-45	-45
+7	+8	56	56

¿Qué observas en las dos últimas columnas?

La multiplicación cumple la propiedad conmutativa.

071 Calcula los siguientes productos.

a) $(+21) \cdot (+3) \cdot (+4)$

b) $(+19) \cdot (-2) \cdot (+3)$

c) $(+13) \cdot (-5) \cdot (-6)$

d) $(-20) \cdot (-9) \cdot (-3)$

a) 252

b) -114

c) 390

d) -540

072 Copia y completa estos productos.

a) $(-5) \cdot \square = -30$

b) $\square \cdot (+3) = 45$

c) $(-9) \cdot \square = 27$

d) $\square \cdot (-8) = -48$

a) $(-5) \cdot 6 = -30$

c) $(-9) \cdot (-3) = 27$

b) $15 \cdot (+3) = 45$

d) $6 \cdot (-8) = -48$

073 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE SACA FACTOR COMÚN EN OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS?

Calcula: $-12 \cdot (-27) + (-12) \cdot (+17)$

PRIMERO. Se determina si existe un factor que se repite en todos los sumandos. A este número se le denomina factor común.

$$\underbrace{-12 \cdot (-27) + (-12) \cdot (+17)}$$

-12 se repite en los dos sumandos

SEGUNDO. El factor que se repite multiplica a la suma o resta de los sumandos.

$$\begin{aligned} -12 \cdot (-27) + (-12) \cdot (+17) &= \\ &= -12 \cdot [(-27) + (+17)] = -12 \cdot (-10) = 120 \end{aligned}$$

Números enteros

074 Resuelve sacando factor común.



a) $(-3) \cdot (-4) + (-3) \cdot (-9)$

b) $7 \cdot (-12) + 7 \cdot (+6)$

c) $(-5) \cdot (+11) + (-5) \cdot (-10)$

a) $(-3) \cdot [(-4) + (-9)] = 39$

b) $7 \cdot [(-12) + (+6)] = -42$

c) $(-5) \cdot [(+11) + (-10)] = -5$

075 Copia y completa sacando factor común.



a) $5 \cdot (-4) + 5 \cdot (-7) = 5 \cdot [\square + (-7)]$

b) $(-9) \cdot 2 + (-9) \cdot (-4) = \square \cdot [2 + (-4)]$

a) $5 \cdot (-4) + 5 \cdot (-7) = 5 \cdot [(-4) + (-7)]$

b) $(-9) \cdot 2 + (-9) \cdot (-4) = (-9) \cdot [2 + (-4)]$

076 Realiza estas divisiones.



a) $(+35) : (-7) : (-5)$

c) $(+32) : (-8) : (-2)$

b) $(-21) : (-7) : (-1)$

d) $(-4) : (+4) : (-1)$

a) 1

c) 2

b) -3

d) 1

077 Opera.



a) $(+21) \cdot (+2) : (-14)$

d) $[(-2) \cdot (+7)] : (-14) \cdot (+3)$

b) $(+5) : (-5) \cdot (-4)$

e) $(+36) : [(-9) : (+3)] \cdot (+5)$

c) $(+2) \cdot (+9) : (-3)$

f) $(+36) : (-9) : (+2) \cdot (+5)$

a) $42 : (-14) = -3$

d) $(-14) : (-14) \cdot (+3) = 3$

b) $(-1) \cdot (-4) = 4$

e) $(+36) : (-3) \cdot (+5) = -60$

c) $18 : (-3) = -6$

f) $(-4) : (+2) \cdot (+5) = -10$

078 Copia y completa las siguientes divisiones.



a) $(-36) : \square = -4$

d) $(+48) : \square = -6$

b) $(-54) : \square = +9$

e) $(-63) : \square = -7$

c) $\square : (-6) = -42$

f) $\square : (+8) = +2$

a) $(-36) : (+9) = -4$

d) $(+48) : (-8) = -6$

b) $(-54) : (-6) = +9$

e) $(-63) : (+9) = -7$

c) $(+252) : (-6) = -42$

f) $(+16) : (+8) = +2$

079 Escribe en forma de potencia, e indica la base y el exponente.

a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

c) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$

a) $7^4 \rightarrow$ Base: 7, exponente: 4

b) $(-2)^3 \rightarrow$ Base: -2, exponente: 3

c) $(-5)^5 \rightarrow$ Base: -5, exponente: 5

080 Escribe en forma de potencia y en forma de producto.

a) Base 11 y exponente 4.

b) Base -2 y exponente 3.

a) $11^4 = 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11$

b) $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

081 Calcula las siguientes potencias.

a) 4^5

c) 14^2

e) 7^3

g) 5^4

b) $(-2)^6$

d) $(-4)^4$

f) $(-9)^2$

h) $(-6)^4$

a) 1024

e) 343

b) 64

f) 81

c) 196

g) 625

d) 256

h) 1296

082 Copia y completa.

a) $(-2)^\square = 4$

c) $(-2)^\square = -8$

b) $(-3)^\square = 9$

d) $(-3)^\square = -27$

a) $(-2)^2 = 4$

c) $(-2)^3 = -8$

b) $(-3)^2 = 9$

d) $(-3)^3 = -27$

083 Calcula las siguientes potencias.

a) 5^0

b) 23^1

c) $(-3)^0$

d) $(-57)^1$

a) 1

c) 1

b) 23

d) -57

084 Expresa como una sola potencia.

a) $5^3 \cdot 5^4$

c) $(-3)^5 \cdot (-3)^3$

b) $11^6 \cdot 11^4$

d) $(-8)^4 \cdot (-8)$

a) 5^7

c) $(-3)^8$

b) 11^{10}

d) $(-8)^5$

Números enteros

085 Expresa como una sola potencia.

- a) $4^3 \cdot 4^3 \cdot 4$
- b) $9^5 \cdot 9^2 \cdot 9^4$
- a) 4^7
- b) 9^{11}
- c) $(-2)^6 \cdot (-2)^4 \cdot (-2)$
- d) $(-7)^3 \cdot (-7) \cdot (-7)^6$
- c) $(-2)^{11}$
- d) $(-7)^{10}$

086 Copia y completa.

- a) $5^4 \cdot 5^\square \cdot 5^2 = 5^9$
- b) $13 \cdot 13^3 \cdot 13^\square = 13^5$
- c) $(-11)^\square \cdot (-11)^4 \cdot (-11) = (-11)^7$
- d) $(-21)^8 \cdot (-21)^3 \cdot (-21)^\square = (-21)^{11}$
- a) $5^4 \cdot 5^3 \cdot 5^2 = 5^9$
- b) $13 \cdot 13^3 \cdot 13 = 13^5$
- c) $(-11)^2 \cdot (-11)^4 \cdot (-11) = (-11)^7$
- d) $(-21)^8 \cdot (-21)^3 \cdot (-21)^0 = (-21)^{11}$

087 Expresa como una sola potencia.

- a) $7^5 : 7^3$
- b) $12^8 : 12^5$
- a) 7^2
- b) 12^3
- c) $(-9)^6 : (-9)^3$
- d) $(-6)^7 : (-6)$
- c) $(-9)^3$
- d) $(-6)^6$

088 Expresa como una sola potencia.

- a) $(2^8 : 2^3) \cdot 2^3$
- b) $3^5 : (3^7 : 3^4)$
- a) $2^5 \cdot 2^3 = 2^8$
- b) $3^5 : 3^3 = 3^2$
- c) $[(-4)^6 : (-4)] : (-4)^2$
- d) $(-5)^3 : [(-5)^4 : (-5)]$
- c) $(-4)^5 : (-4)^2 = (-4)^3$
- d) $(-5)^3 : (-5)^3 = (-5)^0 = 1$

089 Expresa como una sola potencia.

- a) $(5^4)^3$
- b) $(7^5)^2$
- a) 5^{12}
- b) 7^{10}
- c) $[(-3)^4]^3$
- d) $[(-9)^3]^3$
- c) $(-3)^{12}$
- d) $(-9)^9$

090 Copia y completa.

- a) $(3^6)^\square = 3^{18}$
- b) $(8^5)^\square = 8^{20}$
- a) $(3^6)^3 = 3^{18}$
- b) $(8^5)^4 = 8^{20}$
- c) $[(-2)^\square]^4 = (-2)^8$
- d) $[(-7)^3]^\square = (-7)^9$
- c) $[(-2)^2]^4 = (-2)^8$
- d) $[(-7)^3]^3 = (-7)^9$

091 Expresa como una sola potencia.

a) $(2^5)^2 \cdot (2^2)^4$

b) $(10^3)^3 \cdot (10^2)^4$

a) $2^{10} \cdot 2^8 = 2^{18}$

b) $10^9 \cdot 10^8 = 10^{17}$

c) $[(-3)^5]^3 \cdot [(-3)^4]^3$

d) $[(-10)^2]^2 \cdot [(-10)^3]^3$

c) $(-3)^{15} \cdot (-3)^{12} = (-3)^{27}$

d) $(-10)^4 \cdot (-10)^9 = (-10)^{13}$

092 Expresa como una sola potencia.

a) $(6^2)^5 : (6^3)^3$

b) $(23^7)^2 : (23^3)^4$

a) $6^{10} : 6^9 = 6$

b) $23^{14} : 23^{12} = 23^2$

c) $[(-14)^9]^2 : [(-14)^3]^5$

d) $[(-2)^8]^3 : (-2)^4$

c) $(-14)^{18} : (-14)^{15} = (-14)^3$

d) $(-2)^{24} : (-2)^4 = (-2)^{20}$

093 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN PRODUCTOS DE POTENCIAS CUANDO LAS BASES TIENEN FACTORES PRIMOS COMUNES?

Simplifica estos productos de potencias.

a) $8^4 \cdot 16^2$

b) $3^4 \cdot 9^2$

c) $(-3)^4 \cdot 18^2$

PRIMERO. Se descomponen las bases de las potencias en producto de factores primos.

a) $8 = 2^3$

$16 = 2^4$

b) $3 = 3$

$9 = 3^2$

c) $-3 = -1 \cdot 3$

$18 = 2 \cdot 3^2$

SEGUNDO. Se sustituyen las bases por su descomposición en factores y se opera.

a) $8^4 \cdot 16^2 = (2^3)^4 \cdot (2^4)^2 = 2^{12} \cdot 2^8 = 2^{20}$

b) $3^4 \cdot 9^2 = 3^4 \cdot (3^2)^2 = 3^4 \cdot 3^4 = 3^8$

$$\begin{aligned} \text{c) } (-3)^4 \cdot 18^2 &= (-1 \cdot 3)^4 \cdot (2 \cdot 3^2)^2 = \\ &= (-1)^4 \cdot 3^4 \cdot 2^2 \cdot 3^4 = \\ &= 1 \cdot 2^2 \cdot 3^8 = 2^2 \cdot 3^8 \end{aligned}$$

094 Simplifica estos productos de potencias.

a) $5^4 \cdot 25^3$

b) $8^4 \cdot 16^2$

c) $6^3 \cdot 12^5$

d) $4^7 \cdot 32$

e) $(-12)^3 \cdot 18^5$

f) $(-63)^5 \cdot 21^2$

g) $32^2 \cdot (-24)^3$

h) $-72^3 \cdot (-4)^7$

a) $5^4 \cdot 5^6 = 5^{10}$

b) $2^{12} \cdot 2^8 = 2^{20}$

c) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^{10} \cdot 3^5 = 2^{13} \cdot 3^8$

d) $2^{14} \cdot 2^5 = 2^{19}$

e) $(-1) \cdot 2^6 \cdot 3^3 \cdot 2^5 \cdot 3^{10} = (-1) \cdot 2^{11} \cdot 3^{13}$

f) $(-1) \cdot 3^{10} \cdot 7^5 \cdot 3^2 \cdot 7^2 = (-1) \cdot 3^{12} \cdot 7^7$

g) $2^{10} \cdot (-1) \cdot 2^9 \cdot 3^3 = (-1) \cdot 2^{19} \cdot 3^3$

h) $(-1) \cdot 2^9 \cdot 3^6 \cdot (-1) \cdot 2^{14} = 2^{23} \cdot 3^6$

Números enteros

095

Escribe como potencia de una potencia.



- a) 7^9 b) 6^8 c) $(-12)^6$ d) $(-8)^{12}$
a) $(7^3)^3$ b) $(6^4)^2$ c) $[(-12)^2]^3$ d) $[(-8)^4]^3$

096

Copia y completa.



- a) $(\square)^4 = 256$ c) $(\square)^3 = -27$
b) $(\square)^5 = 243$ d) $(\square)^7 = -128$
a) $(4)^4 = 256$ c) $(-3)^3 = -27$
b) $(3)^5 = 243$ d) $(-2)^7 = -128$

097

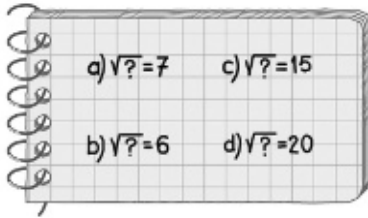
Calcula la raíz cuadrada de estos números.



- a) 64 b) 121 c) 144 d) 196
a) ± 8 b) ± 11 c) ± 12 d) ± 14

098

Copia y completa.



- a) $\sqrt{49} = \pm 7$ b) $\sqrt{36} = \pm 6$ c) $\sqrt{225} = \pm 15$ d) $\sqrt{400} = \pm 20$

099

Calcula, sin operar, la raíz cuadrada y el resto de estos números.



- a) 93 b) 59 c) 130 d) 111
a) $\sqrt{93} = 9 \rightarrow$ Resto = 12 c) $\sqrt{130} = 11 \rightarrow$ Resto = 9
b) $\sqrt{59} = 7 \rightarrow$ Resto = 10 d) $\sqrt{111} = 10 \rightarrow$ Resto = 11

100

Halla el resto en cada caso.



- a) Raíz = 12 c) Raíz = 30
Radicando = 160 Radicando = 901
b) Raíz = 23 d) Raíz = 32
Radicando = 532 Radicando = 1030
a) Resto = radicando - (raíz)² = 160 - 12² = 160 - 144 = 16
b) Resto = radicando - (raíz)² = 532 - 23² = 532 - 529 = 3
c) Resto = radicando - (raíz)² = 901 - 30² = 901 - 900 = 1
d) Resto = radicando - (raíz)² = 1030 - 32² = 1030 - 1024 = 6

101 Señala, sin realizar cálculos, cuáles de las afirmaciones son falsas.

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| a) $\sqrt{23} = 4$ y resto 7 | e) $\sqrt{80} = 9$ y resto 1 |
| b) $\sqrt{30} = 5$ y resto 10 | f) $\sqrt{85} = 9$ y resto 5 |
| c) $\sqrt{45} = 7$ y resto 4 | g) $\sqrt{96} = 9$ y resto 15 |
| d) $\sqrt{60} = 7$ y resto 11 | h) $\sqrt{204} = 14$ y resto 2 |
-
- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| a) Verdadera | e) Falsa: $9^2 + 1 = 82 \neq 80$ |
| b) Falsa: $5^2 + 10 = 35 \neq 30$ | f) Falsa: $9^2 + 5 = 86 \neq 85$ |
| c) Falsa: $7^2 + 4 = 53 \neq 45$ | g) Verdadera |
| d) Verdadera | h) Falsa: $14^2 + 2 = 198 \neq 204$ |

102 Escribe todos los números enteros de dos cifras cuya raíz cuadrada entera tenga de resto 2.

6, 11, 18, 27, 38, 51, 66 y 83

103 Escribe todos los números de tres cifras menores de 500 cuya raíz tenga de resto 10.

110, 131, 154, 206, 235, 266, 299, 334, 371, 410, 451 y 494

104 Un número tiene por raíz cuadrada entera 5 y su resto es el máximo posible. ¿Cuál es el resto? ¿Y cuál es el número?

El resto es 10 y el número es 35.

105 Halla el menor número que sumado a 265 da un cuadrado perfecto.

El número es 24, ya que:
 $265 + 24 = 289 = 17^2$

106 Resuelve las siguientes operaciones.

- | | |
|--|-----------------------------------|
| a) $(-13) \cdot (+3) - (-12) \cdot (+7)$ | d) $[(-25) + 5 - (-4)] : (-8)$ |
| b) $(-3) \cdot (-12) - (-15) \cdot (-4)$ | e) $[(-16) + (-9) + 5] : (-4)$ |
| c) $(-35) : (-7) + (-54) : (+9)$ | f) $[(-4) + (-3) \cdot (-6)] : 7$ |

- | |
|--|
| a) $(-13) \cdot (+3) - (-12) \cdot (+7) = -39 + 84 = 45$ |
| b) $(-3) \cdot (-12) - (-15) \cdot (-4) = 36 - 60 = -24$ |
| c) $(-35) : (-7) + (-54) : (+9) = 5 + (-6) = 5 - 6 = -1$ |
| d) $[(-25) + 5 - (-4)] : (-8) = [-25 + 5 + 4] : (-8) = -16 : (-8) = 2$ |
| e) $[(-16) + (-9) + 5] : (-4) = [-16 - 9 + 5] : (-4) = -20 : (-4) = 5$ |
| f) $[(-4) + (-3) \cdot (-6)] : 7 = [-4 + 18] : 7 = 14 : 7 = 2$ |

Números enteros

107

Resuelve las operaciones.

a) $(-11) \cdot [10 + (-7)] + 36 : [(-1) - (-10)]$

b) $(-8) \cdot [5 - (-2)] - 48 : [6 + (-14)]$

c) $42 : [(-6) - (-3)] + 28 : [-6 - (-8)]$

d) $32 : [(-19) + 3] - 24 : [(-11) - (-5)]$

$$\begin{aligned} \text{a) } (-11) \cdot [10 + (-7)] + 36 : [(-1) - (-10)] &= (-11) \cdot 3 + 36 : 9 = \\ &= -33 + 4 = -29 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (-8) \cdot [5 - (-2)] - 48 : [6 + (-14)] &= (-8) \cdot 7 - 48 : (-8) = \\ &= -56 + 6 = -50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 42 : [(-6) - (-3)] + 28 : [-6 - (-8)] &= 42 : (-3) + 28 : 2 = \\ &= -14 + 14 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 32 : [(-19) + 3] - 24 : [(-11) - (-5)] &= 32 : (-16) - 24 : (-6) = \\ &= -2 + 4 = 2 \end{aligned}$$

108

Efectúa estas operaciones combinadas.

a) $(-5)^2 \cdot [3 + 28 : (-4)]$

b) $2^2 \cdot [-5 \cdot 2 - 32 : (-8)]$

c) $3^3 : [-5 + (-7) \cdot (-2)]$

d) $(-4)^3 : [(-15) : 5 - (-45) : (-9)]$

$$\begin{aligned} \text{a) } (-5)^2 \cdot [3 + 28 : (-4)] &= (-5)^2 \cdot [3 - 7] = (-5)^2 \cdot (-4) = \\ &= 25 \cdot (-4) = -100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2^2 \cdot [-5 \cdot 2 - 32 : (-8)] &= 2^2 \cdot [-10 + 4] = 2^2 \cdot (-6) = \\ &= 4 \cdot (-6) = -24 \end{aligned}$$

$$\text{c) } 3^3 : [-5 + (-7) \cdot (-2)] = 3^3 : [-5 + 14] = 3^3 : 9 = 27 : 9 = 3$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (-4)^3 : [(-15) : 5 - (-45) : (-9)] &= (-4)^3 : [-3 - 5] = (-4)^3 : (-8) = \\ &= -64 : (-8) = 8 \end{aligned}$$

109

Resuelve las operaciones considerando solo el resultado positivo de la raíz.

a) $\sqrt{9} + (-3) \cdot [12 + (-7)]$

b) $\sqrt{81} : 3 + 4 \cdot [-12 - 2 \cdot (-3)]$

c) $7 \cdot (5 + 3) - \sqrt{36} : (-3)$

d) $-3 - (-4) \cdot [\sqrt{64} - 5 \cdot (-2)]$

$$\text{a) } \sqrt{9} + (-3) \cdot [12 + (-7)] = \sqrt{9} + (-3) \cdot 5 = 3 - 15 = -12$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{81} : 3 + 4 \cdot [-12 - 2 \cdot (-3)] &= \sqrt{81} : 3 + 4 \cdot [-12 + 6] = \\ &= 9 : 3 + 4 \cdot (-6) = 3 - 24 = -21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 7 \cdot (5 + 3) - \sqrt{36} : (-3) &= 7 \cdot 8 - \sqrt{36} : (-3) = 7 \cdot 8 - 6 : (-3) = \\ &= 56 + 2 = 58 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } -3 - (-4) \cdot [\sqrt{64} - 5 \cdot (-2)] &= -3 - (-4) \cdot [8 + 10] = \\ &= -3 - (-4) \cdot 18 = -3 + 72 = 69 \end{aligned}$$

110 Calcula, utilizando solo el resultado positivo de la raíz.

a) $\sqrt{100} : 5 + 3^3 : (-3)$

b) $12 - 18 : 2 + (-4) \cdot \sqrt{121}$

c) $(-5) \cdot 3^2 - \sqrt{49} : [(-5) \cdot (-2) - 3^1]$

d) $(-8)^5 : (-8)^3 - (-4)^2 \cdot (\sqrt{16} - 2^0)$

e) $\sqrt{144} : [7 + (-5)]^2 + (-2)^3$

a) $\sqrt{100} : 5 + 3^3 : (-3) = 10 : 5 + 27 : (-3) = 2 - 9 = -7$

b) $12 - 18 : 2 + (-4) \cdot \sqrt{121} = 12 - 9 + (-4) \cdot 11 = 12 - 9 - 44 = 12 - 53 = -41$

c) $(-5) \cdot 3^2 - \sqrt{49} : [(-5) \cdot (-2) - 3^1] = (-5) \cdot 9 - 7 : [10 - 3] = -45 - 7 : 7 = -45 - 1 = -46$

d) $(-8)^5 : (-8)^3 - (-4)^2 \cdot (\sqrt{16} - 2^0) = (-8)^2 - 16 \cdot (4 - 1) = 64 - 16 \cdot 3 = 64 - 48 = 16$

e) $\sqrt{144} : [7 + (-5)]^2 + (-2)^3 = 12 : [7 - 5]^2 - 8 = 12 : 2^2 - 8 = 12 : 4 - 8 = 3 - 8 = -5$

111 Encuentra los errores en estas igualdades.

a) $(-3) + (-5) - (-8) = -3 - 5 - 8 = -8 - 8 = -(8 - 8) = 0$

b) $-9 - (-8) - (-7 - 2) = -9 + 8 + 7 - 2 = -1 + 7 - 2 = -6 - 2 = -8$

c) $5 - [-6 + 7 - (-2)] = 5 + 6 - 7 + 2 = 11 - 5 = 6$

d) $4 \cdot (-3) + (-5) \cdot (-2) = -12 - 10 = -22$

e) $4 - 5 \cdot (-2) = (-1) \cdot (-2) = 2$

a) $(-3) + (-5) - (-8) = -3 - 5 - 8 = -8 - 8 = -(8 + 8) = -16$

b) $-9 - (-8) - (-7 - 2) = -9 + 8 + 7 + 2 = -1 + 7 + 2 = -6 + 2 = -4$

c) $5 - [-6 + 7 - (-2)] = 5 + 6 - 7 - 2 = 11 - 9 = 2$

d) $4 \cdot (-3) + (-5) \cdot (-2) = -12 + 10 = -2$

e) $4 - 5 \cdot (-2) = 4 - (-10) = 14$

112 Copia y completa con múltiplos de 12.

$\dot{1}2 = \{12, \square, 36, \square, 60, \square, \dots\}$

$\dot{1}2 = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, \dots\}$

113 Halla los múltiplos de 7 comprendidos entre 20 y 40.

$\dot{7} = \{\dots, 21, 28, 35, \dots\}$

114 Obtén los múltiplos de 4 comprendidos entre 18 y 30.

$\dot{4} = \{\dots, 20, 24, 28, \dots\}$

Números enteros

115 Calcula todos los divisores de:

- a) 28 b) 54 c) 63 d) 90

a) $\text{Div}(28) = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$

b) $\text{Div}(54) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54\}$

c) $\text{Div}(63) = \{1, 7, 9, 63\}$

d) $\text{Div}(90) = \{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\}$

116 Copia y completa los divisores de 42.

• $\text{Div}(42) = \{1, 2, \square, \square, \square, 14, \square, \square\}$

$\text{Div}(42) = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$

117 Dados los números: 12, 15, 18, 24, 4, 423, 10, 267, 23, 2, di cuáles son múltiplos de:

- a) 2 b) 3 c) 6

a) 12, 18, 24, 4, 10 y 2

b) 12, 15, 18, 24, 423 y 267

c) 12, 18 y 24

118 Escribe los múltiplos de 5 comprendidos entre 0 y 15.

- a) ¿Cuáles de ellos son múltiplos de 7?

- b) ¿Y cuáles son menores que 15?

$\dot{5} = \{\dots, 5, 10, 15, \dots\}$

a) Ninguno es múltiplo de 7.

b) Todos son menores que 15.

119 Di cuáles de los siguientes números son primos. Razona la respuesta.

- a) 21 b) 19 c) 43 d) 39

Son primos 19 y 43, porque solo tienen dos divisores: ellos mismos y la unidad.

120 Averigua si los números son primos o compuestos: 72, 147, 282, 331 y 407.

• Compuestos: 72, 147, 282 y 407

Primo: 331

121 Realiza la descomposición factorial de:

- a) 3850 b) 432 c) 561

a) $3850 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11$

c) $561 = 3 \cdot 11 \cdot 17$

b) $432 = 2^4 \cdot 3^3$

122 Calcula el máximo común divisor de cada par de números.



a) 45 y 27

b) 28 y 21

c) 18 y 12

$$\left. \begin{array}{l} a) 45 = 3^2 \cdot 5 \\ 27 = 3^3 \end{array} \right\}$$

$$\text{m.c.d.}(45, 27) = 3^2 = 9$$

$$\left. \begin{array}{l} c) 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \end{array} \right\}$$

$$\text{m.c.d.}(18, 12) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} b) 28 = 2^2 \cdot 7 \\ 21 = 3 \cdot 7 \end{array} \right\}$$

$$\text{m.c.d.}(28, 21) = 7$$

123 Halla el máximo común divisor.



a) 6, 8 y 12

b) 16, 20 y 28

c) 40, 10 y 25

$$a) 6 = 2 \cdot 3$$

$$8 = 2^3$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$\text{m.c.d.}(6, 8, 12) = 2$$

$$b) 16 = 2^4$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$28 = 2^2 \cdot 7$$

$$\text{m.c.d.}(16, 20, 28) = 2^2 = 4$$

$$c) 40 = 2^3 \cdot 5$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

$$25 = 5^2$$

$$\text{m.c.d.}(40, 10, 25) = 5$$

124 Si $\text{m.c.d.}(x, 12) = 6$, halla el valor de x .



El valor de x será cualquier número múltiplo de 6 y que no sea múltiplo de 12, por ejemplo: 6, 18, 30, 42...

125 Calcula el mínimo común múltiplo.



a) 12 y 18

b) 15 y 45

c) 27 y 18

$$a) 12 = 2^2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 3^2 \rightarrow \text{m.c.m.}(12, 18) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

$$b) 15 = 3 \cdot 5$$

$$45 = 3^2 \cdot 5 \rightarrow \text{m.c.m.}(15, 45) = 3^2 \cdot 5 = 45$$

$$c) 27 = 3^3$$

$$18 = 2 \cdot 3^2 \rightarrow \text{m.c.m.}(27, 18) = 2 \cdot 3^3 = 54$$

126 Obtén el mínimo común múltiplo de los siguientes números.



a) 12, 9 y 10

b) 4, 18 y 27

c) 8, 30 y 24

$$a) 12 = 2^2 \cdot 3$$

$$9 = 3^2$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m.}(12, 9, 10) = 180$$

$$b) 4 = 2^2$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$27 = 3^3$$

$$\text{m.c.m.}(4, 18, 27) = 108$$

$$c) 8 = 2^3$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$\text{m.c.m.}(8, 30, 24) = 120$$

127 Halla dos números cuyo m.c.d. sea 6 y su m.c.m sea 36.



Los números son 36 y 6.

Números enteros

- 128** ●● A las 7 de la mañana el termómetro marcaba $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ bajo cero, y cinco horas después marcaba $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ sobre cero. ¿Cuál es la diferencia entre las dos temperaturas?



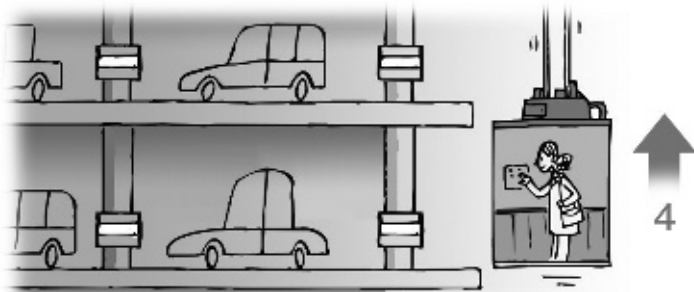
Hay $3 - (-4) = 7\text{ }^{\circ}\text{C}$ de diferencia.

- 129** ●● María vive en el 3.^{er} piso. Baja 5 plantas para ir al trastero y luego sube 7 para visitar a su amigo Alberto. ¿En qué piso vive Alberto?

$$3 - 5 + 7 = 10 - 5 = 5$$

Alberto vive en el 5.^o piso.

- 130** ●● Sara deja el coche en el tercer sótano y sube 4 plantas hasta su casa. ¿En qué piso vive?



$$-3 + 4 = 1$$

Sara vive en el 1.^{er} piso.

- 131** ●● Luis tiene 123 € . A fin de mes recibe 900 € de sueldo y paga su hipoteca de 546 € . ¿Cuánto dinero le queda finalmente?

$$\text{Al final le quedan: } 123 + 900 - 546 = 1023 - 546 = 477\text{ €}$$

- 132** ●● ¿Cuál es el mayor cuadrado que se puede formar con 52 sellos?
¿Cuántos sobran?

El mayor cuadrado que se puede formar es el que tiene 7 sellos en cada lado, ya que $7^2 = 49$, y sobran 3 sellos.

133 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN PROBLEMAS MEDIANTE EL m.c.d.?

Tres cuerdas de 4, 6 y 9 m, respectivamente, se quieren cortar en trozos iguales. ¿Cuál es la longitud de los mayores trozos que se pueden hacer?

PRIMERO. Se analiza el problema.



La longitud de cada trozo tiene que ser un divisor de las longitudes de las cuerdas. Tiene que ser el máximo → PROBLEMA DE m.c.d.

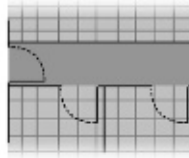
SEGUNDO. Se realizan los cálculos.

$$4 = 2^2 \quad 6 = 2 \cdot 3 \quad 9 = 3^2$$

$$\text{m.c.d. } (4, 6, 9) = 1$$

Los trozos de mayor longitud son de 1 m.

- 134 ●● El pasillo de una vivienda tiene 432 cm de largo y 128 cm de ancho. Se quiere poner baldosas cuadradas del mayor tamaño posible, sin tener que cortar ninguna. Calcula sus dimensiones y el número de baldosas.



$$432 = 2^4 \cdot 3^3$$

$$128 = 2^7$$

$$\text{m.c.d. } (432, 128) = 2^4 = 16$$

Las baldosas medirán 16 cm de lado y serán: $27 \cdot 8 = 216$ baldosas

135 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN PROBLEMAS MEDIANTE EL m.c.m.?

Los libros de una estantería se pueden colocar en montones de 4, 6 y 9 libros sin que sobre ninguno. ¿Cuál es la menor cantidad de libros que puede haber?

PRIMERO. Se analiza el problema.

El número total de libros tiene que ser múltiplo de 4, 6 y 9.

Tiene que ser el mínimo → PROBLEMA DE m.c.m.

SEGUNDO. Se realizan los cálculos.

$$4 = 2^2 \quad 6 = 2 \cdot 3 \quad 9 = 3^2$$

$$\text{m.c.m. } (4, 6, 9) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

Como mínimo hay 36 libros.

Números enteros

- 136** ●● Alejandro tiene unas 150 fotografías. Puede pegarlas en un álbum en grupos de 8, 9 o 12 fotografías y sin que le sobre ninguna. ¿Cuántas fotografías tiene Alejandro?

$$8 = 2^3$$

$$9 = 3^2$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

El número de fotografías ha de ser múltiplo de 8, 9 y 12, por lo que será múltiplo del m.c.m. $(8, 9, 12) = 72$.

El múltiplo de 72 más cercano a 150 es 144.

Por tanto, Alejandro tiene 144 fotografías.

- 137** ●●● Por una vía ferroviaria pasa un tren con dirección a Zaragoza cada 30 minutos y otro con dirección a Gijón cada 18 minutos. Si se han cruzado los dos trenes a las 10 de la mañana, halla a qué hora volverán a cruzarse.



$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Los trenes se volverán a cruzar en un número múltiplo de 18 y 30, y como m.c.m. $(18, 30) = 90$, se cruzan cada 90 minutos.

El próximo cruce será a las 11:30 horas.

- 138** ●●● Luis viaja a Barcelona cada 15 días y su hermana Marta lo hace cada 20 días. ¿Cuándo coincidirán de nuevo en Barcelona si la última vez que coincidieron en esa ciudad fue el 2 de octubre?

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m.}(15, 20) = 60$$

Coinciden cada 60 días, luego, volverán a coincidir el 1 de diciembre.

- 139** ●●● En una carretera han puesto farolas en ambos lados. En un lado se ha colocado una farola cada 12 metros, y en el otro, cada 18 metros. Sabiendo que la primera farola de cada lado está situada a la misma altura, ¿qué distancia debemos recorrer a partir de ese punto para encontrar dos farolas colocadas una frente a la otra?

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$\text{m.c.m.}(12, 18) = 36$$

Debemos recorrer una distancia de 36 m.

140

Calcula todos los números enteros a y b que verifican estas condiciones. Cuando no exista ninguna solución, explica por qué ocurre y, si hay infinitas posibilidades, describe cómo son.

a) $|a| + |b| = 4$

e) $|a| \cdot |b| = 12$

i) $a^2 = 64$

b) $|a + b| = 4$

f) $|a \cdot b| = 12$

j) $a^2 = -64$

c) $|a| - |b| = 4$

g) $|a| : |b| = 12$

k) $a^3 = 64$

d) $|a - b| = 4$

h) $|a| : |b| = 1/2$

l) $a^3 = -64$

a) $a = 0, b = \pm 4$

$a = \pm 1, b = \pm 3$

$a = \pm 2, b = \pm 2$

$a = \pm 3, b = \pm 1$

$a = \pm 4, b = 0$

b) Hay infinitas soluciones, siendo $a + b = \pm 4$.c) Hay infinitas soluciones, siendo $a = -|b| - 4$ o $a = |b| + 4$.d) Hay infinitas soluciones, siendo $a - b = \pm 4$.

e) $a = \pm 1, b = \pm 12$

$a = \pm 2, b = \pm 6$

$a = \pm 3, b = \pm 4$

$a = \pm 4, b = \pm 3$

$a = \pm 6, b = \pm 2$

$a = \pm 12, b = \pm 1$

f) $a = \pm 1, b = \pm 12$

$a = \pm 2, b = \pm 6$

$a = \pm 3, b = \pm 4$

$a = \pm 4, b = \pm 3$

$a = \pm 6, b = \pm 2$

$a = \pm 12, b = \pm 1$

g) Hay infinitas soluciones, siendo $a = \pm 12 \cdot b$.h) Hay infinitas soluciones, siendo $b = \pm 2 \cdot a$.

i) $a = \pm 8$

j) No hay solución, las potencias pares no son negativas.

k) $a = 4$

l) $a = -4$

141

Si $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 25^2 = 5525$, di cuál es el valor de:

$$2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 50^2$$

Cada sumando de la segunda suma es el cuádruple del mismo sumando de la primera, luego, la segunda suma es cuatro veces la primera.

$$2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 50^2 = 4 \cdot 5525 = 22100$$

142

Ordena, de menor a mayor, estos números:

$$2^{2006} - 2 \quad 2^{2008} \quad 2^{2005} + 2007 \quad 2^{2006} + 2$$

Expresa como una potencia de base 2 la suma de los dos números centrales.

$$2^{2005} + 2007 < 2^{2006} - 2 < 2^{2006} + 2 < 2^{2008}$$

$$2^{2006} - 2 + 2^{2006} + 2 = 2 \cdot 2^{2006} = 2^{2007}$$

143

Si m y n son números enteros positivos, ¿cuál es el menor valor de m para que $2940 \cdot m = n^2$?

$$2940 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$$

Si $m = 3 \cdot 5 = 15$ y $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$ tenemos que:

$$2940 \cdot 15 = 210^2 = 44100$$

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

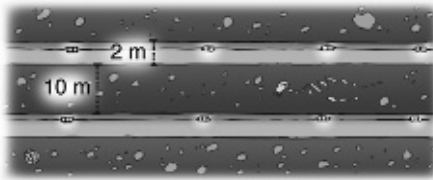
144



En un pozo minero ha habido un derrumbe. Se han activado las medidas de emergencia y se ha formado un equipo de salvamento.

De los 32 mineros que permanecían en el interior de la mina en el momento del derrumbe tan solo dos de ellos siguen atrapados.

La estructura de esta mina subterránea de carbón está formada por galerías horizontales. Además, la distancia vertical entre cada dos galerías es de 10 m, y su altura, 2 m.



El derrumbe se ha producido en la galería 14. Creemos que es donde permanecen los dos mineros.



ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

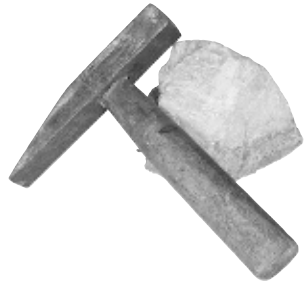
- a) ¿A qué profundidad se encuentran los mineros atrapados?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- b) Los equipos de salvamento están en las galerías 18 y 11. ¿Qué grupo de salvamento se encuentra a menor distancia de los mineros?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- c) Es necesario perforar para llegar hasta los mineros. Según los técnicos, solo se puede perforar 1 m cada 12 minutos al descender y 1 m cada 9 minutos al ascender. ¿Desde qué galería se llegará primero?



- a) El suelo de la primera galería está a 12 m de la superficie, el suelo de la segunda a 12 metros más, el de la tercera a otros 12 m del suelo de la segunda...

El techo de la galería 14 estará a:

$$14 \cdot 12 - 2 = 166 \text{ m de profundidad}$$

- b) La distancia entre el suelo de la 11 y el techo de la 14 es: $3 \cdot 12 - 2 = 34$ m
La distancia entre el suelo de la 14 y el techo de la 18 es: $4 \cdot 12 - 2 = 46$ m
Están a menor distancia los situados en la galería 11.

c) Para llegar de la galería 11 a la 14 deben perforar 30 m, ya que las galerías son huecas y no hay que perforarlas, por lo que tardarán: $30 \cdot 12 = 360$ minutos.

Para llegar de la galería 18 a la 14 deben perforar 40 m, y tardarán: $40 \cdot 9 = 360$ minutos.

Por tanto, los dos equipos de salvamento tardarán el mismo tiempo.

145

La lesión de tobillo de Miguel no le impide hacer la compra semanalmente. Miguel visita periódicamente las páginas de Internet de dos supermercados y luego compara los precios.

Ha confeccionado una tabla con la diferencia de precios de los artículos que necesita en los dos supermercados, Super 1 y Super 2.

Artículo	En Super1 es...
Bote de tomate frito	6 cént. más barato
Botella de aceite	72 cént. más cara
Botella de refresco	9 cént. más barata
Botella de zumo	23 cént. más barata
Bolsa de galletas	8 cént. más cara
Lechuga	2 cént. más cara
Kilo de tomates	12 cént. más barato
Barra de pan	3 cént. más cara
Kilo de arroz	16 cént. más barato



ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- a) Si una botella de aceite cuesta 2,15 € en el Super 1, ¿cuánto cuesta en el Super 2?
 b) Si una lechuga cuesta 65 céntimos en el Super 2, ¿cuánto cuesta en el Super 1?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- c) Si compra pan, una botella de zumo y un kilo de arroz, ¿dónde le saldrá más barato?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- d) ¿En qué supermercado es más barato hacer toda la compra?
 e) ¿Cuánto dinero se ahorrará?

a) $2,15 - 0,72 = 1,43$ €

b) $65 + 2 = 67$ céntimos

c) Si lo compra en el Super 1: $3 + (-23) + (-16) = -36$

En el Super 1 le costará 36 céntimos menos que en el Super 2.

d) y e) Si hace toda la compra en el Super 1:

$$-6 + 72 + (-9) + (-23) + 8 + 2 + (-12) + 3 + (-16) = 19$$

Si hace toda la compra, le sale 19 céntimos más cara en el Super 1.