

14. Probabilidad

1. EXPERIMENTOS ALEATORIOS

PIENSA Y CALCULA

Ordena las siguientes expresiones de menos probable a más probable: **casi seguro, poco probable, seguro, casi imposible, probable, imposible, bastante probable.**

Imposible, casi imposible, poco probable, probable, bastante probable, casi seguro, seguro.

CARNÉ CALCULISTA

Desarrolla: $x(x + 2)(x - 2) = x^3 - 4x$

Factoriza: $9x^3 + 30x^2 + 25x = x(3x + 5)^2$

APLICA LA TEORÍA

1. Clasifica los siguientes experimentos como deterministas o de azar:

- a) Lanzar una moneda al aire.
- b) Pinchar un globo.
- c) Frenar un coche.
- d) Sacar una carta de una baraja.

Determinista: b) y c).

De azar: a) y d).

2. Escribe dos experimentos deterministas.

- a) Pesar un melón.
- b) Medir la longitud de una mesa.

3. Escribe dos experimentos de azar.

- a) Sacar una carta de una baraja.
- b) Jugar a la lotería.

4. En el experimento de lanzar una moneda al aire, halla:

- a) El suceso seguro.
- b) Un suceso imposible.

a) $E = \{C, X\}$

b) $\emptyset = \{\text{Que se obtengan copas}\}$

5. En el experimento de lanzar al aire un dado en forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12, halla:

- a) El espacio muestral.
- b) Los sucesos elementales.
- c) El suceso A formado por los múltiplos de 3
- d) El suceso contrario \bar{A}
- e) El suceso B formado por los números pares.
- f) El suceso $A \cup B$
- g) El suceso $A \cap B$. ¿Los sucesos A y B son compatibles o incompatibles?

a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

b) $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}, \{11\}$ y $\{12\}$

c) $A = \{3, 6, 9, 12\}$

d) $\bar{A} = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11\}$

e) $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

f) $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$

g) $A \cap B = \{6, 12\} \neq \emptyset \Rightarrow A$ y B compatibles.

2. REGLA DE LAPLACE

PIENSA Y CALCULA

a) Si lanzamos una moneda al aire, ¿qué resultado es más probable, cara o cruz?

b) Si lanzamos una chincheta al aire, ¿qué resultado es más probable, que quede con la punta hacia arriba o con la punta hacia abajo?

a) Son igualmente probables.

b) Es más probable que la punta quede hacia arriba.

CARNÉ CALCULISTA

Resuelve la ecuación:

$$\frac{(x + 2)(x - 2)}{3} = \frac{x(x - 3)}{2}$$

$$x_1 = 1; x_2 = 8$$

APLICA LA TEORÍA

6. Lanzamos al aire una chincheta 25 veces. De ellas, 10 veces queda con la punta hacia abajo y 15 veces hacia arriba. Halla:

a) La frecuencia absoluta de que quede con la punta hacia arriba.

b) La frecuencia relativa de que quede con la punta hacia arriba.

a) $n = 15$

b) $f = 15/25 = 3/5 = 0,6$

7. Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener un número impar al lanzar un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$P(A) = 3/6 = 1/2 = 0,5$$

8. Si en un experimento $P(A) = 1/3$, calcula $P(\bar{A})$

$$P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

9. Si los sucesos A y B son incompatibles con:

$$P(A) = 1/2 \text{ y } P(B) = 1/3$$

calcula $P(A \cup B)$

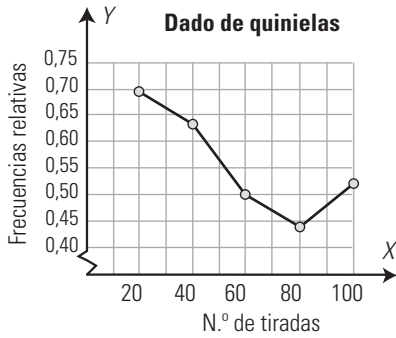
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

10. Copia en tu cuaderno y calcula las frecuencias relativas de obtener un 1 en el lanzamiento de un dado de quinielas (tiene tres 1, dos X y un 2) y dibuja el gráfico lineal correspondiente.

N	20	40	60	80	100
n	14	25	30	35	52
f					

¿Qué probabilidad de que salga un 1 deduces que tiene?

N	20	40	60	80	100
n	14	25	30	35	52
f	0,7	0,63	0,5	0,44	0,52



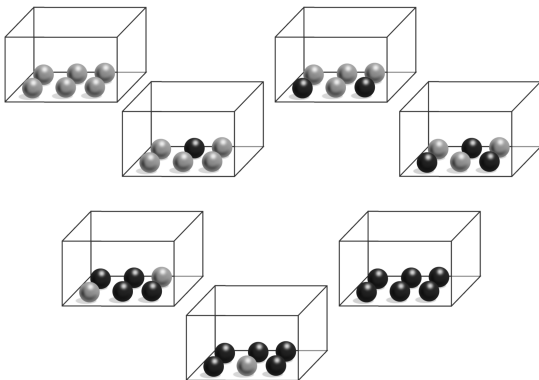
$P(1) = 1/2$

11. Si los sucesos **A** y **B** son compatibles con:
 $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/2$ y $P(A \cap B) = 1/3$
 calcula $P(A \cup B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

3. EXPERIMENTOS SIMPLES
PIENSA Y CALCULA

Calcula la probabilidad de obtener una bola roja de cada una de las siguientes urnas, y asocia cada una de estas probabilidades con las siguientes expresiones: casi seguro, poco probable, seguro, casi imposible, probable, imposible, bastante probable.



- $P(R) = 0$, imposible.
- $P(R) = 1/6$, casi imposible.
- $P(R) = 1/3$, poco probable.
- $P(R) = 1/2$, probable.
- $P(R) = 2/3$, bastante probable.
- $P(R) = 5/6$, casi seguro.
- $P(R) = 1$, seguro.

CARNÉ CALCULISTA

Resuelve el sistema:

$$\left. \begin{aligned} y &= 2x + 1 \\ \frac{x + 5}{3} &= \frac{y}{2} - \frac{5}{6} \end{aligned} \right\} x = 3; y = 7$$

APLICA LA TEORÍA

12. Calcula la probabilidad de obtener cruz, **X**, al lanzar al aire una moneda de un euro.

$E = \{C, X\}$
 $A = \{X\}$
 $P(A) = 1/2 = 0,5$

13. Calcula la probabilidad de obtener una bola de color azul al extraer una bola de una urna que tiene 3 bolas rojas, 5 azules y 2 verdes.

$E = \{3R, 5A, 2V\}$
 $A = \{5A\}$
 $P(A) = 5/10 = 1/2 = 0,5$

14. Calcula la probabilidad de obtener un número par al lanzar al aire un dado de forma cúbica y con las caras numeradas del 1 al 6

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 $A = \{2, 4, 6\}$
 $P(A) = 3/6 = 1/2 = 0,5$

15. Calcula la probabilidad de obtener un número múltiplo de 4 al lanzar al aire un dado con forma de dodecaedro y con las caras numeradas del 1 al 12

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 $A = \{4, 8, 12\}$
 $P(A) = 3/12 = 1/4 = 0,25$

16. Calcula la probabilidad de obtener una copa al extraer una carta de una baraja francesa.

$E = \{10, 20, 30, \dots, 11B, 12B\}$
 $A = \{1C, 2C, 3C, \dots, 11C, 12C\}$
 $P(A) = 10/40 = 1/4 = 0,25$

17. Calcula la probabilidad de obtener una K al extraer una carta de una baraja francesa.

$E = \{1RC, 2RC, 3RC, \dots, QNT, KNT\}$
 $A = \{KRC, KR D, KNP, KNT\}$
 $P(A) = 4/52 = 1/13 = 0,077$

18. En una caja hay 80 tornillos, de los que 5 son defectuosos, y se extrae uno al azar. Calcula la probabilidad de que sea uno de los defectuosos.

$E = \{80 \text{ tornillos}\}$
 $A = \{5 \text{ defectuosos}\}$
 $P(A) = 5/80 = 1/16 = 0,0625$

19. El delantero de un equipo de fútbol mete dos goles de cada 5 balones que tira a puerta. ¿Cuál es la probabilidad de que la próxima vez que tire a puerta meta gol?

$E = \{5 \text{ balones}\}$
 $A = \{2 \text{ goles}\}$
 $P(A) = 2/5 = 0,4$

4. EXPERIMENTOS COMPUESTOS

PIENSA Y CALCULA

Una familia tiene dos hijos. Calcula mentalmente:

- a) La probabilidad de que los dos sean varones.
- b) La probabilidad de que los dos sean mujeres.
- c) La probabilidad de que uno sea varón, y el otro, mujer.

a) $1/4$ b) $1/4$ c) $1/2$

CARNÉ CALCULISTA

Calcula la generatriz de un cono recto en el que el radio de la base mide 3,5 m, y la altura, 7,5 m. Redondea el resultado a dos decimales.

$G = 8,28 \text{ m}$

APLICA LA TEORÍA

20. Haz un diagrama cartesiano para el experimento de lanzar al aire dos monedas, y calcula la probabilidad de obtener:

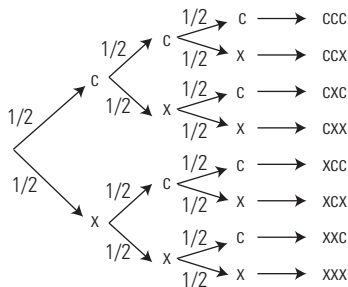
- a) Dos caras.
- b) Dos cruces.
- c) Una cara y una cruz.

	C	X
C	(C, C)	(C, X)
X	(X, C)	(X, X)

- a) $P(2C) = P(C, C) = 1/4$
- b) $P(2X) = P(X, X) = 1/4$
- c) $P(1C \text{ y } 1X) = P(C, X) + P(X, C) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

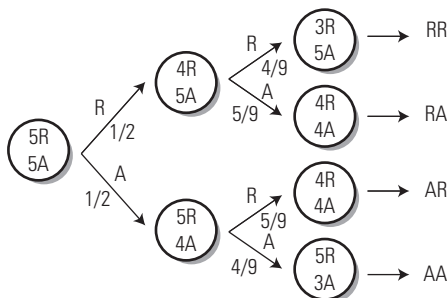
21. Haz un diagrama en árbol para el experimento de lanzar al aire tres monedas, y calcula la probabilidad de obtener:

- a) Tres caras.
- b) Dos caras y una cruz.
- c) Una cara y dos cruces.
- d) Tres cruces.



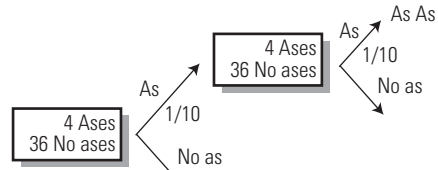
- a) $P(3C) = P(CCC) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 0,125$
- b) $P(2C \text{ y } 1X) = P(CCX) + P(CXC) + P(XCC) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} = 0,375$
- c) $P(1C \text{ y } 2X) = P(CXX) + P(XCX) + P(XXC) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} = 0,375$
- d) $P(3X) = P(XXX) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 0,125$

22. Halla la probabilidad de obtener dos bolas azules al extraer dos bolas sin devolución de una urna que contiene 5 bolas rojas y 5 azules.



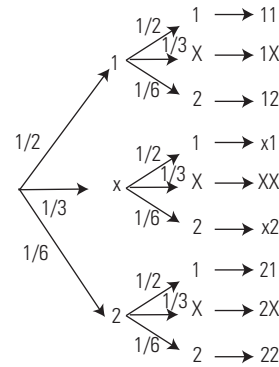
$$P(2A) = P(A) \cdot P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9} = 0,22$$

23. Halla la probabilidad de obtener dos ases al extraer dos cartas con devolución de una baraja española de 40 cartas.



$$P(2 \text{ Ases}) = P(\text{As}) \cdot P(\text{As}) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0,01$$

24. Halla la probabilidad de obtener un 1 y una X, o una X y un 1, al lanzar un dado de quinielas dos veces.



$$P(1X \text{ o } X1) = P(1X) + P(X1) = P(1) \cdot P(X) + P(X) \cdot P(1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

25. Haz el diagrama cartesiano del experimento de lanzar al aire una moneda y un dado de 6 caras, y calcula la probabilidad de obtener cara y múltiplo de 3

	1	2	3	4	5	6
C	(C, 1)	(C, 2)	(C, 3)	(C, 4)	(C, 5)	(C, 6)
X	(X, 1)	(X, 2)	(X, 3)	(X, 4)	(X, 5)	(X, 6)

$$P(C \text{ y } m(3)) = 2/12 = 1/6$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. EXPERIMENTOS ALEATORIOS

26. Clasifica los siguientes experimentos en deterministas o de azar:

- a) Dejar caer un libro desde una mesa.
- b) Lanzar un dado al aire.
- c) Extraer una bola de color de una bolsa sin ver el interior.
- d) Apagar el interruptor de la luz.

Deterministas: a) y d).

De azar: b) y c).

27. Escribe dos experimentos de azar.

- a) Lanzar un dado de quinielas.
- b) Jugar al bingo.

28. Escribe dos experimentos deterministas.

- a) Abrir una puerta.
- b) Hallar el área de un cuadrado de 5 m de lado.

29. En el experimento de lanzar al aire un dado cúbico, con las caras numeradas del 1 al 6, halla:

- a) El suceso seguro.
b) Un suceso imposible.

a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
b) $\emptyset = \{\text{Que salga cruz}\}$

30. En el experimento de lanzar al aire un dado con forma de octaedro y con las caras numeradas del 1 al 8, halla:

- a) El espacio muestral.
b) Los sucesos elementales.
c) El suceso A , formado por los múltiplos de 4
d) El suceso contrario \bar{A}
e) El suceso B , formado por números impares.
f) El suceso $A \cup B$
g) El suceso $A \cap B$. ¿Los sucesos A y B son compatibles o incompatibles?

a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
b) $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}$ y $\{8\}$
c) $A = \{4, 8\}$
d) $\bar{A} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$
e) $B = \{1, 3, 5, 7\}$
f) $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 7, 8\}$
g) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A$ y B son incompatibles.

2. REGLA DE LAPLACE

31. Lanzamos 100 veces al aire una moneda y se obtiene cara 45 veces. Halla:

- a) La frecuencia absoluta de obtener cruz.
b) La frecuencia relativa de obtener cruz.

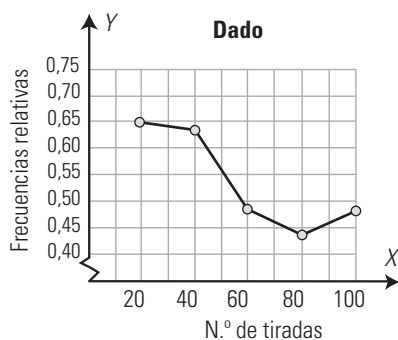
a) $n = 55$ b) $f = 55/100 = 0,55$

32. En el lanzamiento de un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6, calcula las frecuencias relativas de obtener un número impar, y dibuja el gráfico lineal correspondiente.

N	20	40	60	80	100
n	13	25	28	35	48
f					

¿Qué probabilidad de que salga un número impar deduces que tiene?

N	20	40	60	80	100
n	13	25	28	35	48
f	0,65	0,63	0,47	0,44	0,48



$P(\text{Impar}) = 1/2$

33. Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener un número múltiplo de 3 al lanzar un dado con forma de dodecaedro, con las caras numeradas del 1 al 12

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 $A = \{3, 6, 9, 12\}$
 $P(A) = 4/12 = 1/3 = 0,33$

34. Si en un experimento $P(A) = 2/5$, calcula $P(\bar{A})$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

35. Si los sucesos A y B son incompatibles con:

$P(\bar{A}) = 1/5$ y $P(B) = 1/6$, calcula: $P(A \cup B)$

$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{5} + \frac{1}{6} = \frac{29}{30}$

36. Si los sucesos A y B son compatibles con:

$P(A) = 2/5$, $P(B) = 3/4$ y $P(A \cap B) = 2/9$, calcula $P(A \cup B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{2}{9} = \frac{167}{180}$

3. EXPERIMENTOS SIMPLES

37. Calcula la probabilidad de obtener cara, C , al lanzar al aire una moneda de 2 €

$E = \{C, X\}$
 $A = \{C\}$
 $P(A) = 1/2$

38. Calcula la probabilidad de obtener una bola de color rojo al extraer una bola de una urna que tiene 4 bolas rojas, 7 azules y 5 verdes.

$E = \{4R, 7A, 5V\}$
 $A = \{4R\}$
 $P(A) = 4/16 = 1/4 = 0,25$

39. Calcula la probabilidad de obtener un número múltiplo de 5 al lanzar al aire un dado con forma de icosaedro, con las caras numeradas del 1 al 20

$E = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$
 $A = \{5, 10, 15, 20\}$
 $P(A) = 4/20 = 1/5 = 0,2$

40. Calcula la probabilidad de obtener un as al extraer una carta de una baraja española de 40 cartas.

$E = \{10, 20, 30, \dots, 11B, 12B\}$
 $A = \{\text{As O, AS C, As E, As B}\}$
 $P(A) = 4/40 = 1/10 = 0,1$

41. Calcula la probabilidad de obtener una carta roja al extraer una carta de una baraja francesa.

$E = \{1RC, 2RC, 3RC, \dots, QNT, KNT\}$
 $A = \{1RC, 2RC, \dots, KRC, 1RD, 2RD, \dots, KR D\}$
 $P(A) = 26/52 = 1/2 = 0,5$

42. En el equipo de música de un coche hemos metido 10 CD: cuatro son de rock; tres, de música clásica; y tres, de música flamenca. Si elegimos uno al azar, calcula la probabilidad de que sea de rock.

$$E = \{4R, 3C, 3F\}$$

$$A = \{4R\}$$

$$P(A) = 4/10 = 2/5 = 0,4$$

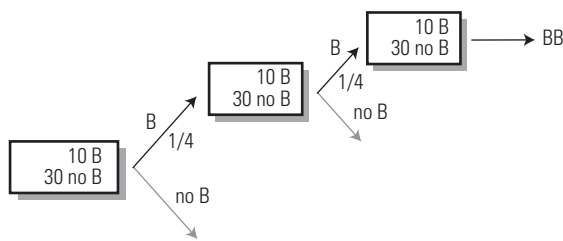
4. EXPERIMENTOS COMPUESTOS

43. Calcula la probabilidad de obtener dos números que sumen 5 al lanzar al aire dos dados.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

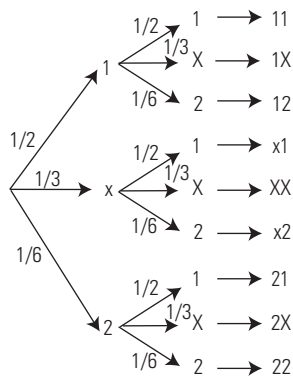
$$P(\text{Suma } 5) = 4/36 = 1/9 = 0,11$$

44. Halla la probabilidad de obtener dos bastos al extraer con devolución dos cartas de una baraja española de 40 cartas.



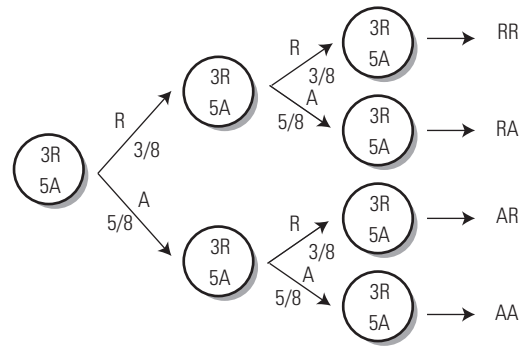
$$P(BB) = P(B) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

45. Halla la probabilidad de obtener un 1 y un 2, o un 2 y un 1, al lanzar dos veces un dado de quinielas.



$$P(12) + P(21) = P(1) \cdot P(2) + P(2) \cdot P(1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

46. Halla la probabilidad de obtener dos bolas de distinto color al extraer dos bolas con devolución de una urna que contiene 3 bolas rojas y 5 azules.



$$P(\text{Distinto color}) = P(RA) + P(AR) = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{32} = 0,47$$

47. Calcula la probabilidad de obtener cara y un número par al lanzar al aire una moneda y un dado.

	1	2	3	4	5	6
C	(C, 1)	(C, 2)	(C, 3)	(C, 4)	(C, 5)	(C, 6)
X	(X, 1)	(X, 2)	(X, 3)	(X, 4)	(X, 5)	(X, 6)

$$P(C \text{ y par}) = 3/12 = 1/4 = 0,25$$

PARA AMPLIAR

48. En el experimento de lanzar una moneda al aire, halla:

- a) El espacio muestral.
- b) Los sucesos elementales.
- c) Si $A = \{C\}$, el suceso contrario \bar{A}
- d) Si $B = \{X\}$, el suceso $A \cup B$
- e) El suceso $A \cap B$. ¿Los sucesos A y B son compatibles o incompatibles?

- a) $E = \{C, X\}$
- b) $\{C\}, \{X\}$
- c) $\bar{A} = \{X\}$
- d) $A \cup B = \{C, X\} = E$
- e) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A$ y B son incompatibles.

49. Si $P(Z) = 1$, ¿cuál es el suceso Z ?

$Z = E$, es el suceso seguro.

50. Si $P(Y) = 0$, ¿cuál es el suceso Y ?

$Y = \emptyset$, es el suceso imposible.

51. Si $P(A) = 0,5$, ¿cuál es más probable, A o \bar{A} ?

$P(\bar{A}) = 0,5$
Son igualmente probables, es decir, equiprobables.

52. Si $P(A) = 1/3, P(B) = 1/2$ y $P(A \cup B) = 5/6$, ¿cómo son los sucesos A y B , compatibles o incompatibles?

$$P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, A y B son incompatibles.

53. Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener una bola de color azul al extraer una bola de una urna que contiene 5 bolas azules. ¿Qué puedes decir del suceso «extraer bola azul»?

$$E = \{5A\}$$

$$A = \{5A\}$$

$$P(A) = 5/5 = 1$$

El suceso «extraer bola azul» es el suceso seguro.

54. Al lanzar al aire una moneda de 1 €, ¿qué es más probable, que salga cara o que salga cruz?

Son igualmente probables, es decir, equiprobables.

55. En un dado de quinielas, ¿cuál de los signos 1, X, 2 es el más probable?

$$E = \{1, 1, 1, X, X, 2\}$$

Es más probable el 1

56. Calcula la probabilidad de obtener una bola de color rojo o verde al extraer una bola de una urna que contiene 5 bolas rojas, 6 azules y 7 verdes.

$$E = \{5R, 6A, 7V\}$$

$$A = \{5R, 7V\}$$

$$P(A) = 12/18 = 2/3 = 0,67$$

57. Calcula la probabilidad de obtener un número múltiplo de 2 y de 3 al lanzar al aire un dado con forma de icosaedro, con las caras numeradas del 1 al 20

$$E = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

$$A = \{6, 12, 18\}$$

$$P(A) = 3/20 = 0,15$$

58. Calcula la probabilidad de obtener un as o un rey al extraer una carta de una baraja española de 52 cartas.

$$E = \{10, 20, 30, \dots, 11B, 12B\}$$

$$A = \{\text{As O, As C, As E, As B, 12O, 12C, 12E, 12B}\}$$

$$P(A) = 8/52 = 2/13 = 0,15$$

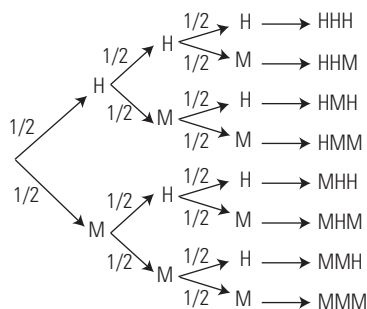
59. Calcula la probabilidad de obtener una carta de corazones al extraer una carta de una baraja francesa.

$$E = \{1RC, 2RC, 3RC, \dots, QNT, KNT\}$$

$$A = \{1RC, 2RC, 3RC, \dots, QRC, KRC\}$$

$$P(A) = 13/52 = 1/4 = 0,25$$

60. Calcula la probabilidad de que, en una familia con tres hijos, sean los tres del mismo sexo.



$$P(\text{Mismo sexo}) = P(HHH) + P(MMM) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

CON CALCULADORA

61. Si A y B son sucesos incompatibles y P(A) = 2/7, P(B) = 7/15, calcula P(A ∪ B)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 2/7 + 7/15 = 79/105 = 0,75$$

62. Si P(A) = 2/9, P(B) = 3/5 y P(A ∩ B) = 1/8, calcula P(A ∪ B)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{9} + \frac{3}{5} - \frac{1}{8} = \frac{251}{360} = 0,70$$

PROBLEMAS

63. En el experimento de lanzar al aire un dado con forma de cubo, con las caras numeradas del 1 al 6, halla:

- a) El espacio muestral.
- b) Los sucesos elementales.
- c) El suceso A formado por los números pares.
- d) El suceso contrario \bar{A}
- e) El suceso B, formado por los números impares.
- f) El suceso $A \cup B$
- g) El suceso $A \cap B$. ¿Los sucesos A y B son compatibles o incompatibles?

- a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- b) $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}$ y $\{6\}$
- c) $A = \{2, 4, 6\}$
- d) $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$
- e) $B = \{1, 3, 5\}$
- f) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = E$
- g) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A$ y B son incompatibles.

64. Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener una bola de color rojo al extraer una bola de una urna que contiene 5 bolas verdes y 6 rojas.

$$E = \{5V, 6R\}$$

$$A = \{6R\}$$

$$P(A) = 6/11 = 0,55$$

65. Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener una carta de oros al extraer una carta de una baraja española de 40 cartas.

$$E = \{10, 20, 30, \dots, 11B, 12B\}$$

$$A = \{10, 20, 30, \dots, 11O, 12O\}$$

$$P(A) = 10/40 = 1/4 = 0,25$$

66. Si P(A) = 0,5, P(B) = 0,7 y P(A ∩ B) = 0,4, calcula P(A ∪ B)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,7 - 0,4 = 0,8$$

67. Calcula la probabilidad de obtener un número primo al lanzar al aire un dado de forma cúbica con las caras numeradas del 1 al 6

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{2, 3, 5\}$$

$$P(A) = 3/6 = 1/2 = 0,5$$

68. Calcula la probabilidad de obtener un número múltiplo de 3 y 4 al lanzar al aire un dado con forma de icosaedro con las caras numeradas del 1 al 20

$$E = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

$$A = \{12\}$$

$$P(A) = 1/20 = 0,05$$

69. Calcula la probabilidad de obtener una figura al extraer una carta de una baraja española de 40 cartas.

$$E = \{10, 20, 30, \dots, 11B, 12B\}$$

$$A = \{10O, 10C, 10E, \dots, 11B, 12B\}$$

$$P(A) = 12/40 = 3/10 = 0,3$$

70. Calcula la probabilidad de obtener un as o una K al extraer una carta de una baraja francesa.

$$E = \{1RC, 2RC, 3RC, \dots, QNT, KNT\}$$

$$A = \{1RC, 1RD, 1NP, 1NT, KRC, KRD, KNP, KNT\}$$

$$P(A) = 8/52 = 2/13 = 0,15$$

71. Cuatro niños y cinco niñas forman un círculo. En el centro está Lola, con los ojos tapados. Calcula la probabilidad de que coja a un niño.

$$E = \{4OS, 5AS\}$$

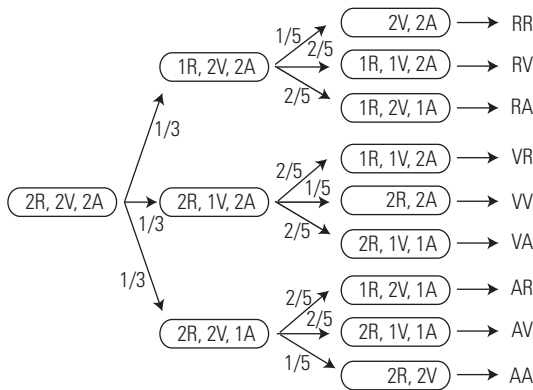
$$A = \{4OS\}$$

$$P(A) = 4/9 = 0,44$$

72. Un dado trucado tiene las siguientes probabilidades $P(1) = P(3) = P(5) = 0,1$; $P(6) = 0,3$ y $P(2) = P(4) = 0,2$. Calcula la probabilidad de obtener número par.

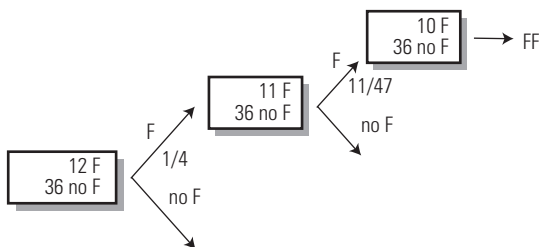
$$P(\text{Par}) = P(2) + P(4) + P(6) = 0,2 + 0,2 + 0,3 = 0,7$$

73. Sonia tiene en un cajón totalmente desordenado un par de calcetines de color rojo, otro par de color verde y otro par de color azul. Un día se viste a oscuras. Calcula la probabilidad de que se haya puesto los dos calcetines del mismo color.



$$P(2R) + P(2V) + P(2A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5} = 0,2$$

74. Halla la probabilidad de obtener dos figuras al extraer sin devolución dos cartas de una baraja española de 48 cartas.



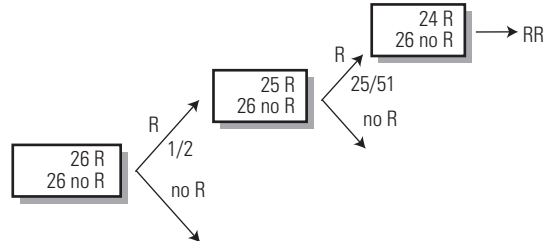
$$P(2F) = P(F) \cdot P(F) = \frac{1}{4} \cdot \frac{11}{47} = \frac{11}{188} = 0,06$$

75. Se lanzan dos dados al aire. Calcula la probabilidad de que el producto de los dos números obtenidos sea 12

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

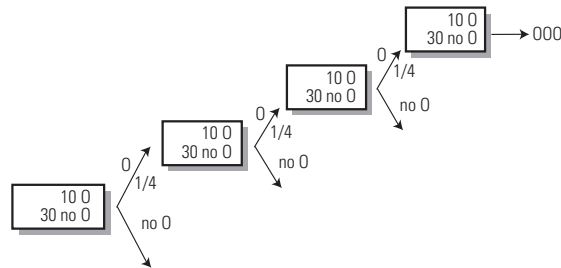
$$P(\text{Producto } 12) = 4/36 = 1/9 = 0,11$$

76. Halla la probabilidad de obtener dos cartas rojas al extraer de una vez dos cartas de una baraja francesa.



$$P(2R) = P(R) \cdot P(R) = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{51} = \frac{25}{102} = 0,25$$

77. Halla la probabilidad de obtener tresoros al extraer con devolución tres cartas de una baraja española de 40 cartas.



$$P(30) = P(0) \cdot P(0) \cdot P(0) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64} = 0,016$$

PARA PROFUNDIZAR

78. Si A y B son sucesos incompatibles, ¿puede ser $P(A) = 1/2$ y $P(B) = 3/4$?

No porque la suma, $1/2 + 3/4 = 5/4$, es mayor que uno.

79. Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener un cinco al extraer una carta de una baraja española de 40 cartas.

$$E = \{10, 20, 30, \dots, 11B, 12B\}$$

$$A = \{50, 5C, 5E, 5B\}$$

$$P(A) = 4/40 = 1/10 = 0,1$$

80. Si A y B son sucesos compatibles, ¿puede ser $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,5$ y $P(A \cap B) = 0,4$?

No, porque la probabilidad de $A \cap B$ no puede ser mayor que la de A .

81. Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener una bola de color negro al extraer una bola de una urna que contiene 2 bolas rojas y 3 azules. (El enunciado de este problema es correcto).

$$E = \{2R, 3A\}$$

$$A = \{N\} = \emptyset$$

$$P(A) = 0$$

82. Calcula la probabilidad de obtener una bola de color rojo o azul al extraer una bola de una urna que tiene 4 bolas rojas, 5 azules y 3 verdes.

$$E = \{4R, 5A, 3V\}$$

$$A = \{4R, 5A\}$$

$$P(A) = 9/12 = 3/4 = 0,75$$

83. Calcula la probabilidad de obtener un número par y múltiplo de 3 al lanzar al aire un dado con forma de dodecaedro y con las caras numeradas del 1 al 12

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$A = \{6, 12\}$$

$$P(A) = 2/12 = 1/6 = 0,17$$

84. Calcula la probabilidad de no obtener una figura al extraer una carta de una baraja española de 48 cartas.

$$E = \{10, 20, 30, \dots, 11B, 12B\}$$

$$A = \{100, 10C, 10E, \dots, 11B, 12B\}$$

$$P(A) = 12/40 = 3/10 = 0,3$$

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$$

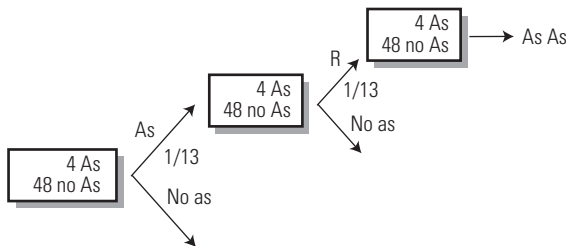
85. Un dado trucado tiene las siguientes probabilidades: $P(1) = x$, $P(2) = 2x$, $P(3) = 3x$, $P(4) = 4x$, $P(5) = 5x$, $P(6) = 6x$. Calcula la probabilidad de obtener número impar.

$$x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1$$

$$21x = 1 \Rightarrow x = 1/21$$

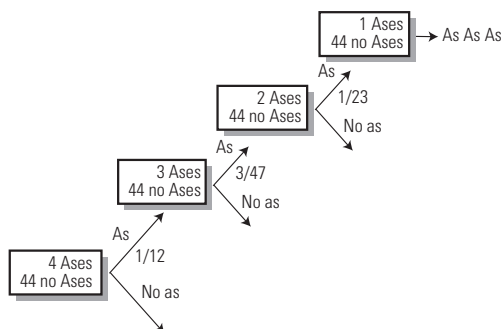
$$P(\text{Impar}) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{1}{21} + \frac{3}{21} + \frac{5}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} = 0,43$$

86. Halla la probabilidad de obtener dos ases al extraer con devolución dos cartas de una baraja francesa.



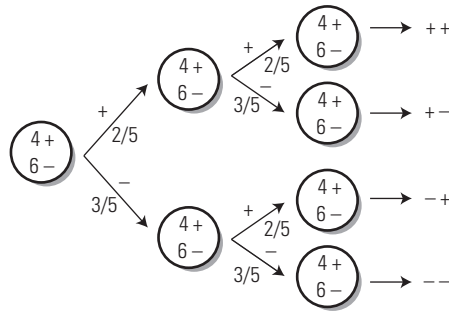
$$P(2 \text{ Ases}) = P(\text{As}) \cdot P(\text{As}) = \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{169}$$

87. Halla la probabilidad de obtener tres ases al extraer de una vez tres cartas de una baraja española de 48 cartas.



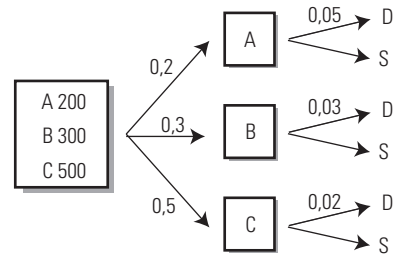
$$P(3 \text{ Ases}) = P(\text{As}) \cdot P(\text{As}) \cdot P(\text{As}) = \frac{1}{12} \cdot \frac{3}{47} \cdot \frac{1}{23} = \frac{1}{4324}$$

88. En una urna tenemos 4 bolas marcadas con el signo + y 6 bolas marcadas con el signo -. Extraemos dos bolas con devolución. Calcula la probabilidad de que las dos bolas tengan el mismo signo.



$$P(\text{Mismo signo}) = P(++) + P(--) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{13}{25} = 0,52$$

89. Una fábrica tiene tres máquinas, A, B y C. La máquina A hace 200 piezas cada hora, la B hace 300 y la C hace 500. Mediante los controles de calidad, se sabe que la máquina A hace un 5% de piezas defectuosas, la B un 3% y la C un 2%. Calcula el tanto por ciento de piezas defectuosas que produce la fábrica.



$$P(\text{Defectuosa}) = 0,2 \cdot 0,05 + 0,3 \cdot 0,03 + 0,5 \cdot 0,02 = 0,029 = 2,9 \%$$

APLICA TUS COMPETENCIAS

90. Un laboratorio farmacéutico crea dos medicamentos, A y B. El medicamento A se ensaya en 50 pacientes, y mejoran 35 de ellos; el medicamento B se ensaya en 75 pacientes, y de ellos mejoran 45. ¿Cuál de los dos medicamentos es más eficaz?

Medicamento A:
 $E = \{50 \text{ personas}\}; A = \{35 \text{ mejoran}\}$
 $P(A) = 35/50 = 7/10 = 0,7$

Medicamento B:
 $E = \{75 \text{ personas}\}; B = \{45 \text{ mejoran}\}$
 $P(B) = 45/75 = 3/5 = 0,6$

Es más eficaz el medicamento A.

91. En un grupo de alto riesgo, compuesto por 60 personas, se prueba una vacuna A contra la gripe; contraen la enfermedad 15 de ellas. En otro grupo de alto riesgo, formado por 50 personas, se prueba otra vacuna B contra la gripe; contraen la enfermedad 12 de ellas. ¿Cuál de las dos vacunas es más eficaz?

Medicamento A:
 $E = \{60 \text{ personas}\}; A = \{45 \text{ no enferman}\}$
 $P(A) = 45/60 = 3/4 = 0,75$

Medicamento B:
 $E = \{50 \text{ personas}\}; B = \{38 \text{ no enferman}\}$
 $P(B) = 38/50 = 19/25 = 0,76$

Es ligeramente más eficaz la vacuna B.

92. Un laboratorio farmacéutico crea dos medicamentos (A y B) contra el sida. El medicamento A se ensaya en 80 pacientes, y mejoran 25 de ellos; el medicamento B se ensaya en 60 pacientes, y de ellos mejoran 15. ¿Cuál de los dos medicamentos es más eficaz?

Medicamento A:

$E = \{80 \text{ personas}\}; A = \{25 \text{ mejoran}\}$

$P(A) = 25/80 = 5/16 = 0,31$

Medicamento B:

$E = \{60 \text{ personas}\}; B = \{15 \text{ mejoran}\}$

$P(B) = 15/60 = 1/4 = 0,25$

Es más eficaz el medicamento A.

COMPRUEBA LO QUE SABES

1. Escribe la regla de Laplace y pon un ejemplo.

La **regla de Laplace** dice: la probabilidad de un suceso A, de un espacio muestral E, formado por sucesos elementales **equiprobables** es igual al número de casos favorables dividido por el número de casos posibles.

$$P(A) = \frac{\text{N.º de casos favorables al suceso } A}{\text{N.º de casos posibles}}$$

Ejemplo:

Halla la probabilidad de obtener un múltiplo de 3 al lanzar un dado de 6 caras.

Espacio muestral: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Suceso $A = \{3, 6\}$

$$P(A) = 2/6 = 1/3 = 0,33$$

2. Clasifica los siguientes experimentos como deterministas o de azar:

- a) Sacar una bola de una urna con bolas de distintos colores.
- b) Poner un helado al Sol.
- c) Salir de paseo sin paraguas mientras está lloviendo.
- d) Lanzar al aire un dado de quinielas.

Deterministas: b) y c).

Azar: a) y d).

3. Lanzamos 80 veces un dado defectuoso y sale 24 veces el número 5. Halla:

- a) La frecuencia absoluta de obtener 5
- b) La frecuencia relativa de obtener 5

a) $n = 24$

b) $f = 24/80 = 3/10 = 0,3$

4. Si los sucesos A y B son compatibles y $P(A) = 2/3$, $P(B) = 2/5$, $P(A \cap B) = 1/4$, calcula $P(A \cup B)$

$$P(A \cup B) = \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{49}{60} = 0,82$$

5. Calcula la probabilidad de obtener un múltiplo de 3 al lanzar al aire un dado de ocho caras numeradas del 1 al 8

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ $A = \{3, 6\}$

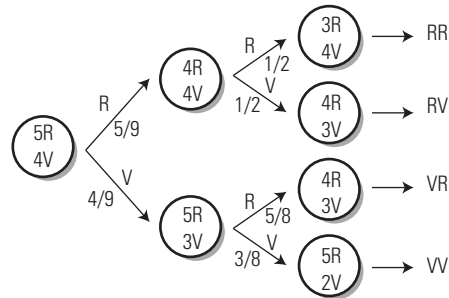
$P(A) = 2/8 = 1/4 = 0,25$

6. Calcula la probabilidad de que, al lanzar al aire dos dados con forma de tetraedro y con las caras numeradas del 1 al 4, los números obtenidos sumen 6

	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

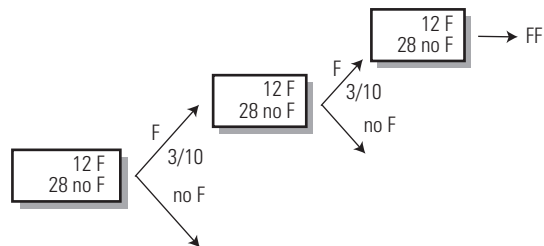
$$P(\text{Suma } 6) = 3/16 = 0,1875$$

7. Halla la probabilidad de obtener dos bolas del mismo color al extraer sin devolución dos bolas de una urna que contiene 5 bolas rojas y 4 verdes.



$$P(RR) + P(VV) = \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{2} + \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{4}{9} = 0,44$$

8. Calcula la probabilidad de obtener dos figuras al extraer dos cartas con devolución de una baraja española de 40 cartas.



$$P(2F) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{9}{100} = 0,09$$

WINDOWS EXCEL

WINDOWS/LINUX CALC

PASO A PASO

93. Investiga sobre la Ley de los grandes números: simula el lanzamiento de un dado con forma de tetraedro y con las caras numeradas del 1 al 4. Haz distintos lanzamientos, cuenta el número de lanzamientos y las frecuencias absolutas de obtener una de las caras, por ejemplo el 3. Calcula las frecuencias relativas y represéntalas en un gráfico de líneas. ¿Hacia qué valor tienden las frecuencias relativas, que en definitiva es la probabilidad?

Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

94. En la Hoja2 del mismo libro, investiga sobre la Ley de los grandes números: simula el lanzamiento de un dado de forma cúbica con las caras numeradas del 1 al 6. Realiza distintos lanzamientos y cuenta el número de lanzamientos y las frecuencias absolutas de obtener una de las caras, por ejemplo, el 5. Calcula las frecuencias relativas y represéntalas en un gráfico de líneas. ¿Hacia qué valor tienden las frecuencias relativas, que en definitiva es la probabilidad?

La fórmula que hay que introducir en la celda A1 es: = 1 + ENTERO(6 * ALEATORIO())

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Lanzamiento del dado										Nº lanzamientos	Fr. Abs. 5	Fr. Rel. 5
2	1	6	5	6	4	5	6	3	4	1	10	2	0,2000
3	3	2	1	2	3	3	1	3	2	2	20	2	0,1000
4	2	1	4	1	2	5	1	3	6	3	30	3	0,1000
5	4	5	4	5	6	5	1	3	1	3	40	6	0,1500
6	2	2	6	4	1	1	2	1	5	3	50	7	0,1400
7	6	6	3	6	1	4	3	6	2	1	60	7	0,1167
8	4	1	2	2	2	3	5	5	2	6	70	9	0,1286
9	1	3	6	4	5	4	4	1	6	3	80	10	0,1250
10	5	6	3	5	6	3	4	5	5	5	90	15	0,1667
11	3	3	5	2	1	5	1	3	5	4	100	18	0,1800
12	6	1	6	1	3	2	1	6	1	2	110	18	0,1636
13	2	4	6	3	4	1	3	5	3	4	120	19	0,1583
14	3	4	4	5	3	2	5	6	4	5	130	22	0,1692
15	2	4	2	4	4	1	5	3	3	4	140	23	0,1643
16	6	6	3	3	3	4	5	3	2	4	150	24	0,1600
17	2	1	3	6	4	1	2	3	2	1	160	24	0,1500
18	5	6	4	1	5	5	1	5	6	3	170	28	0,1647
19	3	1	1	5	4	5	1	3	1	6	180	30	0,1667
20	2	1	3	6	3	3	2	2	5	3	190	31	0,1632
21	6	5	5	1	4	6	5	2	6	2	200	34	0,1700



95. En la Hoja3 del mismo libro, haz otro estudio análogo al anterior para un dado de forma octaédrica, con las caras numeradas del 1 al 8, y relativo a obtener, por ejemplo, el 6. ¿Hacia qué valor tienden las frecuencias relativas, que en definitiva es la probabilidad?

La fórmula que hay que introducir en la celda A1 es: = 1 + ENTERO(8 * ALEATORIO())

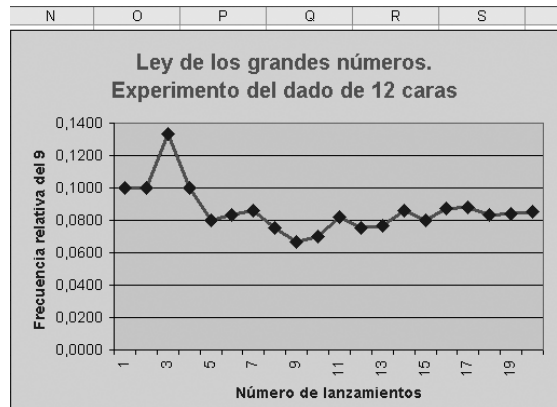
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Lanzamiento del dado										Nº lanzamientos	Fr. Abs. 6	Fr. Rel. 6
2	8	5	6	1	8	4	8	1	1	1	10	1	0,1000
3	2	7	7	6	5	5	4	8	5	7	20	2	0,1000
4	2	8	4	7	3	4	4	2	8	2	30	2	0,0667
5	5	8	2	8	5	7	2	1	1	3	40	2	0,0500
6	6	7	2	3	2	2	3	1	8	4	50	3	0,0600
7	6	6	8	2	7	2	3	6	6	2	60	7	0,1167
8	7	3	3	6	5	5	8	6	8	5	70	9	0,1286
9	5	3	6	6	4	5	2	4	8	8	80	11	0,1375
10	7	3	2	7	2	6	8	3	6	5	90	13	0,1444
11	1	8	6	1	2	8	4	3	8	1	100	14	0,1400
12	4	4	2	7	5	6	3	7	1	5	110	15	0,1364
13	2	7	4	8	7	5	2	7	8	6	120	16	0,1333
14	2	1	4	2	5	1	1	6	7	6	130	18	0,1385
15	2	5	4	1	7	1	8	2	8	3	140	18	0,1286
16	6	3	6	1	5	5	8	3	2	5	150	20	0,1333
17	5	1	1	1	8	7	1	2	7	3	160	20	0,1250
18	2	8	3	2	7	5	3	2	8	6	170	21	0,1235
19	7	4	8	6	2	8	6	7	6	1	180	24	0,1333
20	7	8	8	5	7	8	8	2	4	4	190	24	0,1263
21	7	1	5	8	5	8	7	4	6	8	200	25	0,1250



96. En la Hoja4 del mismo libro, haz otro estudio análogo al anterior para un dado con forma de dodecaedro, con las caras numeradas del 1 al 12, y para obtener la cara 9. ¿Hacia qué valor tienden las frecuencias relativas, que en definitiva es la probabilidad?

La fórmula que hay que introducir en la celda A1 es: = 1 + ENTERO(12 * ALEATORIO())

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Lanzamiento del dado										Nº lanzamientos	Fr. Abs. 9	Fr. Rel. 9
2	9	10	5	7	10	11	6	6	4	10	10	1	0,1000
3	5	9	11	12	6	3	2	2	11	7	20	2	0,1000
4	1	8	3	1	9	11	2	9	3	12	30	4	0,1333
5	1	11	4	2	6	11	5	5	12	5	40	4	0,1000
6	1	7	5	12	3	6	12	7	5	4	50	4	0,0800
7	1	4	4	6	1	8	12	8	9	3	60	5	0,0833
8	6	6	12	9	7	1	4	12	12	10	70	6	0,0857
9	10	2	10	5	2	8	5	11	11	6	80	6	0,0750
10	6	12	5	4	12	2	1	11	5	11	90	6	0,0667
11	7	9	7	5	6	6	4	6	1	7	100	7	0,0700
12	5	4	9	11	10	6	11	9	1	11	110	9	0,0818
13	12	6	11	11	2	1	1	10	8	11	120	9	0,0750
14	11	11	9	4	1	11	3	1	4	6	130	10	0,0769
15	5	6	9	3	9	2	11	1	3	1	140	12	0,0857
16	4	1	1	10	3	8	11	12	7	3	150	12	0,0800
17	1	9	3	6	10	8	9	2	1	2	160	14	0,0875
18	5	6	4	10	4	2	9	10	12	1	170	15	0,0882
19	6	7	8	5	1	7	10	3	6	8	180	15	0,0833
20	9	7	10	6	7	1	6	6	8	2	190	16	0,0842
21	9	7	1	7	4	5	12	6	5	12	200	17	0,0850



97. En la Hoja5 del mismo libro, haz otro estudio análogo al anterior para un dado con forma de icosaedro, con las caras numeradas del 1 al 20, y para obtener, por ejemplo, el 15. ¿Hacia qué valor tienden las frecuencias relativas, que en definitiva es la probabilidad?

La fórmula que hay que introducir en la celda A1 es: = 1 + ENTERO(20 * ALEATORIO())

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2	4	6	4	8	16	15	8	7	7	9	Nº lanzamie	Fr. Abs. 9	Fr. Rel. 9
3	16	19	12	11	3	14	7	14	1	5	10	1	0,1000
4	17	18	17	16	7	19	5	20	7	4	20	1	0,0500
5	3	5	16	4	7	14	3	2	12	1	30	1	0,0333
6	15	12	11	2	17	19	15	7	4	14	40	1	0,0250
7	14	12	18	17	20	15	2	16	6	15	50	3	0,0600
8	11	11	12	3	6	3	5	8	15	16	60	5	0,0833
9	13	18	5	9	14	12	14	9	3	17	70	6	0,0857
10	14	5	6	19	11	13	16	6	3	6	80	6	0,0750
11	8	16	20	3	6	11	17	5	3	6	90	6	0,0667
12	19	4	12	13	13	2	8	12	7	3	100	6	0,0600
13	7	1	1	1	4	19	3	16	1	6	110	6	0,0545
14	5	2	7	4	7	13	3	12	18	18	120	6	0,0500
15	12	13	4	16	9	8	15	3	6	18	130	6	0,0462
16	15	12	13	8	12	17	7	1	18	12	140	7	0,0500
17	20	19	15	3	11	4	14	7	6	16	150	8	0,0533
18	4	5	11	6	6	11	11	7	10	9	160	9	0,0563
19	11	13	2	15	10	16	13	5	8	1	170	9	0,0529
20	7	9	20	9	12	16	20	18	3	20	180	10	0,0556
21	19	14	4	13	1	8	8	7	10	8	190	10	0,0526
											200	10	0,0500



98. Al final, guarda el libro en tu carpeta personal con el nombre 3C14 completo con todas las hojas de cálculo.

Haz clic en el icono  Guardar.