

S O L U C I O N A R I O

APRUEBA TUS EXÁMENES

3

ESO

Matemáticas

Oxford
EDUCACIÓN

Índice de contenidos

1. Números racionales	2
2. Números reales	9
3. Polinomios	14
4. Ecuaciones	18
5. Sistemas de ecuaciones	24
6. Sucesiones numéricas	30
7. Teoremas de Tales y Pitágoras	35
8. Lugares geométricos	38
9. Movimientos en el plano	41
10. Coordenadas geográficas	45
11. Funciones	47
12. Estadística	54
13. Probabilidad	59
Evaluación general	63

1 Números racionales

1.1. Fracciones de números enteros. Operaciones (pág. 4)

1

$$a) \frac{2}{3} = \frac{8}{12} = \frac{14}{21} = \frac{4}{6} = \frac{12}{18} \quad c) \frac{6}{24} = \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{24}{96} = \frac{3}{12}$$

$$b) \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = \frac{12}{20} = \frac{27}{45} = \frac{6}{10}$$

2

$$a) \frac{5}{6}, \frac{11}{45} \text{ y } \frac{7}{20}$$

$$\left. \begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 45 = 3^2 \cdot 5 \\ 20 = 2^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{m.c.m.}(6, 45, 20) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

$$\frac{5}{6} = \frac{150}{180} \quad \frac{11}{45} = \frac{44}{180} \quad \frac{7}{20} = \frac{63}{180}$$

$$b) \frac{3}{25}, \frac{4}{15} \text{ y } \frac{5}{9}$$

$$\left. \begin{array}{l} 25 = 5^2 \\ 15 = 3 \cdot 5 \\ 9 = 3^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{m.c.m.}(25, 15, 9) = 3^2 \cdot 5^2 = 225$$

$$\frac{3}{25} = \frac{27}{225} \quad \frac{4}{15} = \frac{60}{225} \quad \frac{5}{9} = \frac{125}{225}$$

$$c) \frac{1}{54}, \frac{2}{9} \text{ y } \frac{3}{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} 54 = 2 \cdot 3^3 \\ 9 = 3^2 \\ 4 = 2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{m.c.m.}(54, 9, 4) = 3^3 \cdot 2^2 = 108$$

$$\frac{1}{54} = \frac{2}{108} \quad \frac{2}{9} = \frac{24}{108} \quad \frac{3}{4} = \frac{81}{108}$$

3

$$a) 3 - \frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{7}{10} = \frac{60}{20} - \frac{8}{20} + \frac{5}{20} + \frac{14}{20} = \frac{71}{20}$$

$$b) \frac{5}{4} - \frac{1}{8} + \frac{5}{16} - 1 = \frac{20}{16} - \frac{2}{16} + \frac{5}{16} - \frac{16}{16} = \frac{7}{16}$$

$$c) \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9} + 3 = \frac{6}{18} - \frac{3}{18} - \frac{2}{18} + \frac{54}{18} = \frac{55}{18}$$

$$d) \frac{3}{1} + \frac{6}{25} - \frac{2}{9} - 1 = \frac{675}{225} + \frac{54}{225} - \frac{50}{225} - \frac{225}{225} = \frac{454}{225}$$

$$e) 2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{16}{8} + \frac{4}{8} + \frac{6}{8} - \frac{5}{8} = \frac{21}{8}$$

4

$$a) \frac{12}{5} \cdot \frac{-10}{4} = -\frac{120}{20} = -6$$

$$b) \frac{12}{5} : \frac{3}{25} = \frac{300}{15} = 20$$

$$c) \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{-4}{9}\right) : \left(\frac{9}{5} \cdot \frac{3}{4}\right) = -\frac{4}{15} : \frac{27}{20} = -\frac{80}{405} = -\frac{16}{81}$$

$$d) \frac{\frac{5}{6} : \frac{3}{4}}{\frac{20}{7}} = \frac{\frac{20}{18}}{\frac{20}{7}} = \frac{20 \cdot 7}{20 \cdot 18} = \frac{7}{18}$$

$$e) \left(\frac{1}{6} \cdot 2\right) : \left(3 : \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{3} : 27 = \frac{1}{81}$$

$$f) \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} : \frac{2}{5}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{6} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

5

$$a) \frac{5}{4} \text{ de } 364 = 455$$

$$b) \frac{1}{7} \text{ de } \frac{49}{4} = \frac{49}{28} = \frac{7}{4}$$

$$c) \frac{2}{5} \text{ de } \frac{3}{4} \text{ de } 500 = \frac{6}{20} \cdot 500 = 150$$

$$d) \frac{4}{7} \text{ de } 350 = 200$$

6

$$a) \frac{5}{4} \text{ de } 280 = 350$$

$$b) \frac{3}{4} \text{ de } 500 = 375$$

$$c) \frac{5}{6} \text{ de } 726 = 605$$

$$d) \frac{7}{5} \text{ de } 135 = 189$$

7

$$a) \frac{9}{4} \cdot \left(\frac{7}{3} - \frac{2}{3}\right) = \frac{9}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{15}{4}$$

$$b) \frac{1}{3} - \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{3} - \frac{8}{5} = \frac{5}{15} - \frac{24}{15} = -\frac{19}{15}$$

$$c) \frac{8}{11} + \frac{2}{7} \cdot \frac{-7}{4} = \frac{8}{11} + \left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{16}{22} + \frac{-11}{22} = \frac{5}{22}$$

$$d) \left(2 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(3 - \frac{12}{5}\right) = \left(\frac{6+1}{3}\right) \cdot \left(\frac{15-12}{5}\right) = \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$$

$$e) \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{1}{3} - \left(\frac{7}{9} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{3} = \left(\frac{8}{6} - \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{1}{3} - \left(\frac{14}{18} - \frac{9}{18}\right) \cdot \frac{5}{3} = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{3} - \frac{5}{18} \cdot \frac{5}{3} = \frac{1}{6} - \frac{25}{54} = \frac{9}{54} - \frac{25}{54} = -\frac{16}{54} = -\frac{8}{27}$$

$$f) \frac{\frac{1}{9} + \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{7} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{9} + \frac{1}{35}}{\frac{1}{7} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12}} = \frac{\frac{35}{315} + \frac{9}{315}}{\frac{1}{7} + \frac{12}{12}} = \frac{\frac{44}{315}}{\frac{1}{7} + \frac{12}{12}} = \frac{\frac{44}{315}}{\frac{1}{7} + \frac{12}{7}} = \frac{\frac{44}{315}}{\frac{13}{7}} = \frac{44}{315} \cdot \frac{7}{13} = \frac{308}{4095} = \frac{44}{585}$$

$$g) \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{5} \cdot \left(4 - \frac{5}{2}\right) + \frac{7}{5} = \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{2} + \frac{7}{5} = \frac{3}{5} - \frac{9}{10} + \frac{7}{5} = \frac{6}{10} - \frac{9}{10} + \frac{14}{10} = \frac{11}{10}$$

$$h) \frac{\frac{2}{5}}{\frac{9}{5} - \frac{2}{5}} = \frac{2}{45} = \frac{2}{45} - \frac{18}{5} = \frac{2}{45} - \frac{162}{45} = -\frac{160}{45} = -\frac{32}{9}$$

$$i) \frac{14}{3 - \frac{1}{5}} + \frac{2}{-1} \cdot \frac{5 \cdot \frac{1}{4} - \frac{10}{8}}{\frac{4}{7}} = \frac{14}{\frac{14}{5}} = 5$$

$$j) \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = \frac{32}{64} + \frac{16}{64} + \frac{8}{64} + \frac{4}{64} + \frac{2}{64} + \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

$$k) 3 \cdot \left(\frac{1}{27} - \frac{2}{9}\right) + \frac{1}{5} = 3 \cdot \frac{-5}{27} + \frac{1}{5} = -\frac{15}{27} + \frac{1}{5} = -\frac{75}{135} + \frac{27}{135} = -\frac{48}{135} = -\frac{16}{45}$$

$$l) \frac{1}{7} - 3 \cdot \left(\frac{2}{42} - \frac{3}{7}\right) = \frac{1}{7} - 3 \cdot \left(\frac{2}{42} - \frac{18}{42}\right) = \frac{1}{7} - 3 \cdot \frac{-16}{42} = \frac{1}{7} + \frac{48}{42} = \frac{6}{42} + \frac{48}{42} = \frac{54}{42} = \frac{9}{7}$$

$$m) \left(\frac{4}{5} - \frac{5}{4}\right) : \left(\frac{5}{4} - \frac{4}{5}\right) = \frac{16 - 25}{20} : \frac{25 - 16}{20} = \frac{-9}{20} \cdot \frac{20}{9} = -1$$

8

$$a) \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$$

$$c) \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$b) \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{32}$$

$$d) \left(-\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

9

$$a) \left(\frac{5}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$$

$$b) \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^5 = -32$$

$$c) \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

$$d) \left(-\frac{3}{2}\right)^{-4} = \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$$

10

$$a) \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$$

$$b) \left[\left(\frac{5}{3}\right)^2\right]^2 : \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \left(\frac{5}{3}\right)^4 : \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \frac{5}{3}$$

$$c) \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-6} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

$$d) \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^3$$

11

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} - 1\right) = \frac{8}{27} + \frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{8}{27} - \frac{5}{4} = \frac{32 - 135}{108} = -\frac{103}{108}$$

$$b) \left(\frac{1}{4} + 2\right)^2 : \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{5}\right)^2 = \left(\frac{9}{4}\right)^2 : \left(\frac{13}{10}\right)^2 = \frac{81}{16} : \frac{169}{100} = \frac{2025}{676}$$

$$c) \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3} - 2\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3} - \frac{6}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{1}{9} + \frac{8}{27} = \frac{3}{27} + \frac{8}{27} = \frac{11}{27}$$

$$d) \left(1 - \frac{8}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{3} - 2\right)^{-2} = \left(\frac{5}{5} - \frac{8}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{6}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{25}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{25}{4}$$

1.2. Expresión decimal de una fracción. Fracción generatriz (pág. 8)

12

- a) $\frac{15}{8} = 1,875$ Decimal exacto
- b) $\frac{32}{15} = 2,1\overline{3}$ Decimal periódico mixto
- c) $\frac{4}{3} = 1,\overline{3}$ Decimal periódico puro
- d) $\frac{452}{11} = 41,\overline{09}$ Decimal periódico puro
- e) $\frac{112}{8} = 14$ Número entero
- f) $\frac{5}{33} = 0,\overline{15}$ Decimal periódico puro

13

- a) $x = 1,32 \Rightarrow x = \frac{132}{100} = \frac{33}{25}$
- b) $x = 2,7\overline{3}$
 $100x = 273,\overline{73}$
 $100x - x = 273,\overline{73} - 2,\overline{73}$
 $99x = 271 \Rightarrow x = \frac{271}{99}$
- c) $x = 8,3\overline{5}$
 $10x = 83,\overline{5}$
 $100x = 835,\overline{5}$
 $100x - 10x = 835,\overline{5} - 83,\overline{5}$
 $90x = 752 \Rightarrow x = \frac{752}{90} = \frac{376}{45}$
- d) $x = 5,\overline{7}$
 $10x = 57,\overline{7}$
 $10x - x = 57,\overline{7} - 5,\overline{7}$
 $9x = 52 \Rightarrow x = \frac{52}{9}$
- e) $x = 0,456$
 $1000x = 456 \Rightarrow x = \frac{456}{1000} = \frac{57}{125}$
- f) $x = 0,41\overline{2}$
 $10x = 4,1\overline{2}$
 $1000x = 412,\overline{12}$
 $1000x - 10x = 412,\overline{12} - 4,1\overline{2}$
 $990x = 408 \Rightarrow x = \frac{408}{990} = \frac{68}{165}$

14

- a) $\frac{5}{4} + 3 \cdot 0,6 = \frac{5}{4} + 3 \cdot \frac{6}{10} = \frac{5}{4} + 3 \cdot \frac{3}{5} = \frac{5}{4} + \frac{9}{5} =$
 $= \frac{25 + 36}{20} = \frac{61}{20}$
- b) $\frac{4}{5} + 3 \cdot 0,\overline{6} = \frac{4}{5} + 3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{5} + 2 = \frac{4 + 10}{5} = \frac{14}{5}$
- c) $1,25 - 2,\overline{3} + \frac{8}{5} = \frac{125}{100} - \frac{7}{3} + \frac{8}{5} = \frac{5}{4} - \frac{7}{3} + \frac{8}{5} =$
 $= \frac{75 - 140 + 96}{60} = \frac{31}{60}$
- d) $0,\overline{4} - 0,\overline{5} + 1,\overline{23} = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} + \frac{122}{99} = \frac{44 - 55 + 122}{99} =$
 $= \frac{111}{99} = \frac{37}{33}$

1.3. Representación en la recta numérica. Comparación de números racionales (pág. 10)

15

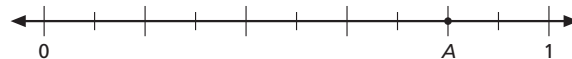
$$A = \frac{-4}{3}, B = \frac{1}{3} \text{ y } C = \frac{5}{3}$$

16



17

Las dos fracciones se representan en el mismo punto (A), pues es equivalente dividir la unidad en 5 partes iguales y tomar cuatro de ellas, que dividirla en el doble número de partes a cada una de ellas con la mitad de tamaño y tomar el doble número de partes.



18

Como $\frac{9}{20} = \frac{27}{60}$; $\frac{4}{15} = \frac{16}{60}$; $\frac{3}{5} = \frac{36}{60}$; $\frac{7}{12} = \frac{35}{60}$ entonces:

$$\frac{4}{5} < \frac{9}{20} < \frac{7}{12} < \frac{3}{5}$$

19

Como $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ y $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$, entonces: $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$, por lo que

Carolina es la mayor.

20

Es claro que los números negativos son menores que los positivos. También es fácil observar que $\frac{-21}{20} < \frac{-4}{15}$ pues la primera fracción es menor

que -1 y la segunda no. Análogamente, $\frac{3}{5} < \frac{13}{12}$ ya que en la primera el numerador es menor que el denominador y en la segunda no. En consecuencia:

$$\frac{-21}{20} < \frac{-4}{15} < \frac{3}{5} < \frac{13}{12}$$

21

Como $\frac{9}{11} = \frac{36}{44}$ y $\frac{10}{11} = \frac{40}{44}$, se tiene:

$$\frac{9}{11} < \frac{37}{44} < \frac{38}{44} < \frac{39}{44} < \frac{10}{11}$$

1.4. Proporcionalidad (pág. 12)**22**

$$a) \frac{3}{7} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 12}{3} = 28$$

$$b) \frac{x}{16} = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{16 \cdot 9}{4} = 36$$

$$c) \frac{7}{8} = \frac{49}{x} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 49}{7} = 56$$

$$d) \frac{2}{5} = \frac{x}{15} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 15}{5} = 6$$

23

$$a) \frac{x}{4} = \frac{16}{x} \Rightarrow x = \sqrt{4 \cdot 16} = \sqrt{64} = 8$$

$$b) \frac{x}{3} = \frac{27}{x} \Rightarrow x = \sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{81} = 9$$

$$c) \frac{22}{x} = \frac{x}{88} \Rightarrow x = \sqrt{22 \cdot 88} = \sqrt{1936} = 44$$

$$d) \frac{12}{x} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$$

24

$$a) \frac{12}{4} = \frac{b}{12} \Rightarrow b = \frac{12 \cdot 12}{4} = 36$$

$$b) \frac{10}{20} = \frac{b}{10} \Rightarrow b = \frac{10 \cdot 10}{20} = 5$$

$$c) \frac{42}{a} = \frac{21}{42} \Rightarrow a = \frac{42 \cdot 42}{21} = 84$$

$$d) \frac{16}{a} = \frac{32}{16} \Rightarrow a = \frac{16 \cdot 16}{32} = 8$$

25

$$\frac{15,6}{240} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{15,6 \cdot 100}{240} = 6,5 \text{ L}$$

$$\frac{15,6}{240} = \frac{20,8}{y} \Rightarrow y = \frac{240 \cdot 20,8}{15,6} = 320 \text{ km}$$

Respuesta: cada 100 km consume 6,5 L. Si consume 20,8 L, recorrerá 320 km.

26

$$1 \text{ h } 15 \text{ min} = 1 \text{ h} + \frac{15}{60} \text{ h} = 1,25 \text{ h}$$

$$1 \text{ h } 33 \text{ min} = 1 \text{ h} + \frac{33}{60} \text{ h} = 1,55 \text{ h}$$

$$\frac{6,25}{1,25} = \frac{x}{1,55} \Rightarrow x = \frac{6,25 \cdot 1,55}{1,25} = 7,75 \text{ km}$$

Respuesta: en 1 h 33 min recorrerá 7,75 km.

27

$$\frac{6}{8} = \frac{x}{120} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 120}{8} = 90 \text{ días}; 120 - 90 = 30 \text{ días}$$

Respuesta: si se contrata a dos albañiles más, en la obra se invertirán 30 días menos.

28

$$\frac{4}{6} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 7}{6} = \frac{28}{6} = 4,6 \widehat{6} \text{ días}$$

Respuesta: no podrán cumplir el plazo.

29

Porcentaje	Valor inicial	Resultado
45%	124	55,8
13%	427	55,51
21%	1 245	261,45
17%	2 003	340,51
28%	724	202,72
78%	653	509,34
10%	275	27,5
100%	621	621

30

Cantidad inicial	Aumento/disminución	Índice de aumento/disminución	Cantidad final
$\frac{378 \cdot 100}{108} = 350$	+8%	$(100 + 8)\% = 108\%$	378
480	+14%	$(100 + 14)\% = 114\%$	$480 \cdot 1,14 = 547,2$
1 340	-20%	$\frac{1072 \cdot 100}{1340} = 80\%$	1 072
$\frac{408 \cdot 100}{85} = 480$	-15%	$(100 - 15)\% = 85\%$	408
$\frac{200 \cdot 100}{80} = 250$	-20%	$(100 - 20)\% = 80\%$	200
1 250	+24%	$\frac{1550 \cdot 100}{1250} = 124\%$	1 550
100	+28%	128%	128
$\frac{40 \cdot 100}{20} = 200$	-80%	$(100 - 80)\% = 20\%$	40

31

Cantidad	Valores a, b, c	Suma de valores	Razón	Reparto proporcional		
				a	b	c
4 500	2, 3, 4	9	$\frac{4500}{9} = 500$	$500 \cdot 2 = 1000$	$500 \cdot 3 = 1500$	$500 \cdot 4 = 2000$
1 500	3, 4, 5	12	$\frac{1500}{12} = 125$	$125 \cdot 3 = 375$	$125 \cdot 4 = 500$	$125 \cdot 5 = 625$
12 100	1, 3, 7	11	$\frac{12100}{11} = 1100$	$1100 \cdot 1 = 1100$	$1100 \cdot 3 = 3300$	$1100 \cdot 7 = 7700$
810	3, 5, 7	15	$\frac{810}{15} = 54$	$54 \cdot 3 = 162$	$54 \cdot 5 = 270$	$54 \cdot 7 = 378$

32

A	Valores a, b, c	Suma de los valores inversos $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{m}{n}$	Razón $A: \frac{m}{n} = \frac{An}{m}$	Reparto proporcional		
				a	b	c
156	2, 3, 4	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$	$156 : \frac{13}{12} = 144$	$\frac{1}{2} \cdot 144 = 72$	$\frac{1}{3} \cdot 144 = 48$	$\frac{1}{4} \cdot 144 = 36$
1 575	3, 5, 6	$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$	$\frac{1575 \cdot 10}{7} = 2250$	$\frac{1}{3} \cdot 2250 = 750$	$\frac{1}{5} \cdot 2250 = 450$	$\frac{1}{6} \cdot 2250 = 375$
66	1, 2, 3	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}$	$\frac{66 \cdot 6}{11} = 36$	$1 \cdot 36 = 36$	$\frac{1}{2} \cdot 36 = 18$	$\frac{1}{3} \cdot 36 = 12$
1 175	3, 4, 5	$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{47}{60}$	$\frac{1175 \cdot 60}{47} = 1500$	$\frac{1}{3} \cdot 1500 = 500$	$\frac{1}{4} \cdot 1500 = 375$	$\frac{1}{5} \cdot 1500 = 300$

Problemas (pág. 16)

33

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) = \\ & = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{6-3-1}{6}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \\ & 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \text{ del total son } 63 \text{ €} \end{aligned}$$

Precio del artículo: $63 \cdot 6 = 378 \text{ €}$

Respuesta: representa $\frac{1}{6}$. El artículo vale 378 €.

34

Días ocupados: $25 + 30 + 35 = 90$ días

Precio por día: $2880 : 90 = 32 \text{ €/día}$

Por 25 días: $25 \cdot 32 = 800 \text{ €}$

Por 30 días: $30 \cdot 32 = 960 \text{ €}$

Por 35 días: $35 \cdot 32 = 1120 \text{ €}$

Respuesta: si lo utilizan 25 días, pagan 800 €; si lo usan 30 días, 960 €, y si son 35 días, 1120 €.

35

Vivienda: $\frac{2}{3}$ de la superficie

Locales comerciales: $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$ de la superficie

Jardines: $1 - \frac{2}{3} - \frac{2}{15} = \frac{15-10-2}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

de la superficie

Locales comerciales: $\frac{2}{15} \cdot 62400 \text{ m}^2 = 8320 \text{ m}^2$

Respuesta: la zona ajardinada representa $\frac{1}{5}$ de la urbanización. La superficie destinada a locales comerciales es de 8320 m^2 .

36

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{4+2+2+1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$180 : \frac{9}{4} = 80 \text{ €}$$

Por 1 suspenso: $1 \cdot 80 = 80 \text{ €}$

Por 2 suspensos: $\frac{1}{2} \cdot 80 = 40 \text{ €}$

Por 4 suspensos: $\frac{1}{4} \cdot 80 = 20 \text{ €}$

Respuesta: si suspende solo una materia, recibe 80 €; si son dos, 40 €, y si son cuatro, 20 €.

37

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+4+2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$495000 : \frac{3}{4} = 660000$$

$$\text{Población A: } \frac{1}{4} \cdot 660000 = 165000 \text{ €}$$

$$\text{Población B: } \frac{1}{6} \cdot 660000 = 110000 \text{ €}$$

$$\text{Población C: } \frac{1}{3} \cdot 660000 = 220000 \text{ €}$$

Respuesta: la población A deberá aportar 165 000 €; la población B, 110 000 €, y la población C, 220 000 €.

38

Como $\frac{2}{3} = \frac{40}{60}$ y $\frac{11}{20} = \frac{33}{60}$, entonces: $\frac{11}{20} < \frac{2}{3}$; por lo que

el primer móvil lleva más camino recorrido, y le queda menos camino por recorrer.

39

Primero hacemos la suma de los ingresos que se emplean en limpieza, para ello:

$$\frac{2}{1} + \frac{1}{4} + \frac{3}{10} = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} + \frac{6}{20} = \frac{19}{20}$$

Luego, en limpieza se emplean: $1 - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$ de los ingresos

Como $\frac{1}{20} < \frac{1}{4} < \frac{3}{10} < \frac{2}{5}$, el gasto en electricidad es superior al resto de los gastos.

40

En Alemán ha pasado de 36 a 42 alumnos; por tanto:

$$\frac{42-36}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \cong 16,6\%$$

En Francés ha pasado de 57 a 63 alumnos; por tanto:

$$\frac{63-57}{57} = \frac{6}{57} \cong 10,5\%$$

Respuesta: el de más incremento es el de Alemán.

41

Efectivo: $1 - 0,98 \cdot 0,8 = 1 - 0,784 = 0,216 = 21,6\%$

Respuesta: en efectivo, el descuento final es 21,6%.

42

El primer alumno realiza $\frac{1}{18}$ del trabajo cada hora. Juntos

realizan $\frac{1}{12}$ del trabajo cada hora. El segundo alumno

realiza $\frac{1}{12} - \frac{1}{18} = \frac{3-2}{36} = \frac{1}{36}$ del trabajo por hora.

Respuesta: trabajando solo el segundo tardaría 36 h.

Evaluación (pág. 18)

Repasa las actividades en las que hayas fallado, haciendo los ejercicios señalados después de cada respuesta.

1

$$a) \frac{3}{5} - \frac{7}{4} \cdot \frac{6}{5} + 1 = \frac{3}{5} - \frac{21}{10} + 1 = -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2}$$

$$b) 3 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{4} \right) - \left(1 - \frac{5}{4} \right) = 3 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{8-5}{20} \right) - \left(\frac{4-5}{4} \right) = 3 - \frac{3}{40} + \frac{1}{4} = \frac{120-3+10}{40} = \frac{127}{40}$$

$$c) \frac{1}{3} - 3 \cdot \left(\frac{4}{15} - \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} \right) : \left(\frac{7}{5} + \frac{2}{3} \right) - 1 =$$

$$= \frac{1}{3} - 3 \cdot \left(\frac{4}{15} - \frac{5}{6} \right) : \left(\frac{21+10}{15} \right) - 1 =$$

$$= \frac{1}{3} - 3 \cdot \frac{8-25}{30} : \frac{31}{15} - 1 = \frac{1}{3} + \frac{17}{10} : \frac{31}{15} - 1 =$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{51}{62} - 1 = \frac{62+153-186}{186} = \frac{29}{186}$$

$$d) \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{5}}{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{\frac{10+3}{15}}{\frac{15+2}{15}} = \frac{13}{17} = \frac{13}{17}$$

(Ejercicios 2, 3, 4 y 7 del apartado 1.1)

2

$$a) \left(-\frac{2}{5} \right)^7 : \left(-\frac{2}{5} \right)^3 = \left(-\frac{2}{5} \right)^{7-3} = \left(-\frac{2}{5} \right)^4$$

$$b) \left(\left(-\frac{7}{2} \right)^3 \right)^2 \cdot \left(\frac{2}{7} \right)^{-2} = (-1)^6 \cdot \left(\frac{7}{2} \right)^6 \cdot \left(\frac{7}{2} \right)^{-2} = \left(\frac{7}{2} \right)^8$$

$$c) \left[\left(\frac{1}{2} \right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^4 \right] : \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{-3} \right]^4 = \left(\frac{1}{2} \right)^9 : \left(\frac{1}{2} \right)^{-12} =$$

$$= \left(\frac{1}{2} \right)^{9-(-12)} = \left(\frac{1}{2} \right)^{21}$$

(Ejercicios 10 y 11 del apartado 1.1)

3

$$a) x = 0,75 \Rightarrow 100x = 75 \Rightarrow x = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$b) x = 2,1\overline{2} \Rightarrow 10x = 21,2\overline{2} \Rightarrow 100x = 212,2\overline{2}$$

$$100x - 10x = 212,2\overline{2} - 21,2\overline{2}$$

$$90x = 191 \Rightarrow x = \frac{191}{90}$$

$$c) x = 6,1\overline{2} \Rightarrow 100x = 612,1\overline{2}$$

$$100x - x = 612,1\overline{2} - 6,1\overline{2}$$

$$99x = 606 \Rightarrow x = \frac{606}{99} = \frac{202}{33}$$

(Ejercicio 13 del apartado 1.2)

4

$$x = 0,3 \Rightarrow 10x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{10}$$

$$y = 0,5 \Rightarrow 10y = 5,5$$

$$10y - y = 5,5 - 0,5 \Rightarrow 9y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{9}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} + \frac{9}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{10} + \frac{5}{2} = \frac{1+25}{10} = \frac{26}{10} = \frac{13}{5}$$

(Ejercicios 13 y 14 del apartado 1.2)

5

El primer día: $\frac{2}{5}$ del total. Quedan $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ del total

El segundo día: $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$ del total

El tercer día: $1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{5-2-1}{5} = \frac{2}{5}$ del total

Recorrido total: $34 \cdot \frac{5}{2} = 17 \cdot 5 = 85$ km

Respuesta: último trecho: $\frac{2}{5}$. Recorrido: 85 km.

(Ejercicios 33 y 35 del apartado Problemas)

6

Nacho tarda: $\frac{5}{4}$ h; Ana tarda: $\frac{7}{4}$ h

Por tanto, en 1 h Nacho hace $\frac{4}{5}$ del trabajo y Ana, $\frac{4}{7}$.

Juntos realizan $\frac{4}{5} + \frac{4}{7} = \frac{28+20}{35} = \frac{48}{35}$ del trabajo en 1 h.

Entre los dos tardan $\frac{35}{48}$ h = 43 min 45 s.

Respuesta: trabajando juntos, tardarán 43 min y 45 s.

(Ejercicios 36, 37 y 42 del apartado Problemas)

7

Como $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ y $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$, entonces: $\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{7}{10}$

Luego, $A = \frac{1}{2}$, $B = \frac{3}{5}$ y $C = \frac{7}{10}$

(Ejercicios 15, 16 y 17 del apartado 1.3)

8

a) Como $\frac{7}{10} = \frac{14}{20}$; $\frac{6}{10} = \frac{2}{5} = \frac{8}{20}$; $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ y

$\frac{8}{20} < \frac{14}{20} < \frac{15}{20}$, entonces: $\frac{6}{15} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$

b) Como $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$; $\frac{9}{10} = \frac{27}{30}$; $\frac{13}{15} = \frac{26}{30}$ y

$\frac{25}{30} < \frac{26}{30} < \frac{27}{30}$, entonces: $\frac{5}{6} < \frac{13}{15} < \frac{9}{10}$

(Ejercicios 18, 19 y 20 del apartado 1.3)

9

a) Verdadera. b) Falsa. c) Verdadera.

(Ejercicios 15-21 del apartado 1.3)

10

1.º ex.: 70 % ap; 2.º ex.: 50 % del 80 % del 30 % ap.

Total aprobados: $0,7 + 0,3 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 0,7 + 0,12 = 82\%$

Presentados al primer examen: $82 \cdot \frac{100}{82} = 100$ alumnos

Respuesta: se presentan 100 alumnos al primer examen.

(Ejercicios 31 y 32 del apartado Problemas)

2 Números reales

2.1. Números irracionales.

Aproximación decimal (pág. 20)

1

Número	Racional	Irracional
3	X	
$\sqrt{5}$		X
$\sqrt{4}$	X	
$2,0\overline{7}$	X	

Número	Racional	Irracional
$\sqrt[3]{6}$		X
$\sqrt{9}$	X	
$-\sqrt{2}$		X
5,363 636...	X	

2

a) Al entero: $\sqrt{7} \approx 3$

b) A las décimas: $\sqrt{7} \approx 2,6$

c) A las milésimas: $\sqrt{7} \approx 2,646$

3

Número	Expresión decimal	Redondeo
$\sqrt{8}$	2,828 4...	2,828
$\sqrt{15}$	3,872 9...	3,873
π	3,141 59...	3,142

4

Número	Valor absoluto	Número	Valor absoluto
$+2,\overline{75}$	$2,\overline{75}$	-4,8	4,8
-0,8	0,8	$-\pi$	π
$+\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$	$-2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$

5

Número	E	E_r	Porcentaje (2 decimales)
3	0,232	0,083 8	8,38 %
2,8	0,032	0,011 5	1,15 %
2,76	0,008	0,002 8	0,28 %
2,77	0,002	0,000 7	0,07 %

6

Peso de la naranja: $E_r = \frac{5}{275} = 0,018 18$

Peso del coche: $E_r = \frac{10}{1348} = 0,007 42$

Respuesta: es más precisa la medida con menor error relativo, es decir, la del coche.

2.2. Cifras significativas (pág. 22)

7

La temperatura estará comprendida entre 36,6 °C y 36,8 °C.

8

María contesta más acertadamente que Pedro, pues la medición 61,5 mm no tiene sentido ya que el instrumento utilizado para medir no es capaz de apreciar las décimas de milímetro.

9

La cantidad de fresas que lleva la tarta estará comprendida entre 499 y 501 gramos.

10

- a) 4 d) 3
b) 1 e) 2
c) 4 f) 1

11

El número 0,0004 solo tiene una cifra significativa y todos los demás tienen dos. Por tanto, el número que menos cifras significativas tiene es 0,0004.

12

Debemos anotar 10,200 kg y, por tanto, el número tiene 5 cifras significativas.

13

Un cubo tiene exactamente 6 caras y este número, por ser entero, tiene infinitas cifras significativas.

14

- a) $1000,5 + 90,02 - 3,52 = 1087,5$
b) $12,13 \cdot 15,1 = 183,163 \cong 183$
c) $27,803 : 3,2 = 8,688125 \cong 8,7$
d) $145,607 - 70,076 - 3,52 = -27,989 \cong -27,99$
e) $21,15 \cdot 15,102 = 364,7133 \cong 364,08$
f) $68,12 : 6,6 = 10,321 \cong 10$

15

Como $220 : 24 = 9,1\widehat{6}$ y la moneda de menor valor es el céntimo, es necesario redondear. De modo que cada alumno pagará 9 € y 17 céntimos.

16

Como $11,99 \cdot 0,85 = 10,1915$ y la moneda de menor valor es el céntimo, es necesario redondear. De modo que la camiseta costará 10 € y 20 céntimos.

2.3. Potencias de exponente entero

(pág. 25)

17

- a) $\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4} = 2^{-4}$ c) $\frac{1}{32} = \frac{1}{2^5} = 2^{-5}$
b) $\frac{1}{128} = \frac{1}{2^7} = 2^{-7}$ d) $\frac{1}{1024} = \frac{1}{2^{10}} = 2^{-10}$

18

- a) $0,001 = \frac{1}{1000} = 10^{-3}$
b) $0,000001 = \frac{1}{1\,000\,000} = 10^{-6}$
c) $100 \cdot 0,0001 = 0,01 = \frac{1}{100} = 10^{-2}$
d) $0,001 : 10 = 0,0001 = \frac{1}{10\,000} = 10^{-4}$

19

- a) $\frac{2^3}{2^5} = 2^{-2}$ c) $\left(\frac{1}{3^2}\right)^{-1} = 3^2$
b) $7^8 \cdot 7^{-11} = 7^{-3}$ d) $\left(\frac{a}{b}\right)^4 : \left(\frac{a}{b}\right)^6 = \left(\frac{b}{a}\right)^2$

20

- a) $\left(2^{-2} + \frac{3}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2^2} + \frac{3}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{7}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{7}$
b) $\left(1,3 - \frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{13}{10} - \frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{9}{10}\right)^{-2} = \left(\frac{10}{9}\right)^2 = \frac{100}{81}$

21

- a) $\frac{b}{a^{-1}} + \frac{a}{b^{-1}} + \left(\frac{1}{a \cdot b}\right)^{-1} = a \cdot b + a \cdot b + a \cdot b = 3 \cdot a \cdot b$
b) $\left(\frac{a^{-2} \cdot b \cdot c^6}{b^{-2} \cdot c^3}\right)^{-2} = \left(\left(\frac{b^3 \cdot c^3}{a^2}\right)^{-1}\right)^2 = \left(\frac{a^2}{b^3 \cdot c^3}\right)^2 = \frac{a^4}{b^6 \cdot c^6}$

22

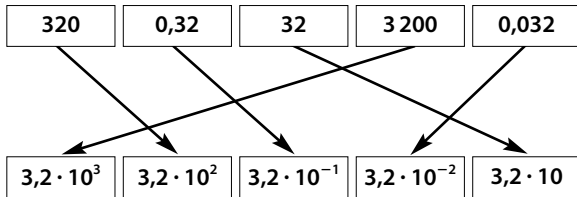
- a) $(-5)^{-4} = \frac{1}{625}$ c) $-1^{-11} = -1$
b) $-2^{-4} = \frac{-1}{16}$ d) $(-6)^{-3} = \frac{-1}{216}$

23

$$-7^0 < -2^{-4} < 3^{-3} < 2^{-3} < \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

24

1. b) 2. c) 3. a)

2.4. Notación científica (pág. 27)**25****26**

a) $708,9 = 7,089 \cdot 10^2$ c) $0,019 = 1,9 \cdot 10^{-2}$
 b) $0,2 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-4}$ d) $312 \cdot 10^{-4} = 3,12 \cdot 10^{-2}$

270,000 000 005 = $5 \cdot 10^{-9}$ cm**28**

a) $(3 \cdot 10^8) \cdot 0,0015 = (3 \cdot 10^8) \cdot (1,5 \cdot 10^{-3}) =$
 $= (3 \cdot 1,5) \cdot 10^{8+(-3)} = 4,5 \cdot 10^5$
 b) $(5 \cdot 10^6) \cdot (3,2 \cdot 10^3) = (5 \cdot 3,2) \cdot 10^{6+3} = 16 \cdot 10^9 =$
 $= 1,6 \cdot 10^{10}$
 c) $(42 \cdot 10^6) : (7 \cdot 10^{-2}) = (42 : 7) \cdot 10^{6-(-2)} = 6 \cdot 10^8$
 d) $(32 \cdot 10^6) : (4 \cdot 10^{-2}) = (32 : 4) \cdot 10^{6-(-2)} = 8 \cdot 10^8$

29

a) $(0,002)^5 = (2 \cdot 10^{-3})^5 = 32 \cdot 10^{-15} = 3,2 \cdot 10^{-14}$
 b) $(0,001)^9 = (1 \cdot 10^{-3})^9 = 10^{-27}$
 c) $(200)^7 = (2 \cdot 10^2)^7 = 128 \cdot 10^{14} = 1,28 \cdot 10^{16}$
 d) $(3000)^4 = (3 \cdot 10^3)^4 = 81 \cdot 10^{12} = 8,1 \cdot 10^{13}$
 e) $(-0,4)^4 = (0,4)^4 = (4 \cdot 10^{-1})^4 = 256 \cdot 10^{-4} =$
 $= 2,56 \cdot 10^{-2}$
 f) $(-700)^3 = -(700)^3 = -(7 \cdot 10^2)^3 = -343 \cdot 10^6 =$
 $= -3,43 \cdot 10^8$

30

a) $7 \cdot 10^8 - 0,5 \cdot 10^9 = (7 - 0,5 \cdot 10) \cdot 10^8 = 2 \cdot 10^8$
 b) $5 \cdot 10^{11} - 0,5 \cdot 10^{10} = (50 - 0,5) \cdot 10^{10} = 49,5 \cdot 10^{10} =$
 $= 4,95 \cdot 10^{11}$
 c) $24 \cdot 10^{-2} + 32,1 \cdot 10^{-3} = (24 \cdot 10 + 32,1) \cdot 10^{-3} =$
 $= 272,1 \cdot 10^{-3} = 2,721 \cdot 10^{-1}$
 d) $65 \cdot 10^{-2} + 53,1 \cdot 10^{-3} = (65 \cdot 10 + 53,1) \cdot 10^{-3} =$
 $= 703,1 \cdot 10^{-3} = 7,031 \cdot 10^{-1}$

31

1. b) 2. c) 3. a)

32

a) $\frac{10,3 \cdot 10^5 + 3,2 \cdot 10^4}{7 \cdot 10^2 - 5,8 \cdot 10^2} = \frac{(103 + 3,2) \cdot 10^4}{(7 - 5,8) \cdot 10^2} =$
 $= \left(\frac{106,2}{1,2}\right) \cdot 10^{4-2} = 88,5 \cdot 10^2 = 8,85 \cdot 10^3$
 b) $\left(\frac{2}{10^2}\right)^{-3} + \frac{(12,4 + 0,6) \cdot 10^{-3}}{(32 ; 4) \cdot 10^{-9}} = \frac{10^6}{8} + \frac{13}{8} \cdot 10^6 =$
 $= (1 + 13) \cdot \frac{10^6}{8} = \frac{14}{8} \cdot 10^6 = 1,75 \cdot 10^6$

2.5. Raíces. Operaciones (pág. 30)**33**

a) $\sqrt[3]{1000} = 10$ f) $\sqrt[3]{0} = 0$
 b) $\sqrt[4]{16} = 2$ g) $\sqrt{-1}$ = (no existe)
 c) $\sqrt[3]{-27} = -3$ h) $\sqrt[3]{-1} = -1$
 d) $\sqrt{49} = 7$ i) $\sqrt[5]{32} = 2$
 e) $\sqrt{-9}$ = (no existe)

34

a) $\sqrt[n]{16} = 2 \Rightarrow n = 4$ d) $\sqrt[5]{a} = 3 \Rightarrow a = 3^5 = 243$
 b) $\sqrt[n]{125} = 5 \Rightarrow n = 3$ e) $\sqrt[n]{121} = 11 \Rightarrow n = 2$
 c) $\sqrt[3]{a} = 4 \Rightarrow a = 4^3 = 64$ f) $\sqrt[4]{a} = 3 \Rightarrow a = 81$

35

a) $\sqrt[4]{7^4} = 7$ c) $\sqrt[3]{5^3} = 5$
 b) $\sqrt{14^2} = 14$ d) $(\sqrt[3]{-3})^3 = -3$

36

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{14}$ d) $(\sqrt[5]{12})^4 = \sqrt[5]{12^4}$
 b) $\sqrt[7]{3} \cdot \sqrt[7]{2} \cdot \sqrt[7]{5} = \sqrt[7]{30}$ e) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[12]{4}$
 c) $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{\frac{4}{5}}$ f) $\sqrt{\frac{100}{\sqrt[5]{10}}} = \frac{10}{\sqrt[10]{10}}$

37a) $\sqrt[3]{5 \cdot 7 \cdot 2} = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{2}$

$$b) \sqrt{\frac{a^5}{b}} = \frac{\sqrt{a^5}}{\sqrt{b}}$$

$$c) \sqrt[3]{a^2 \cdot b \cdot c^2} = \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{c^2}$$

$$d) \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{5}}$$

$$e) \sqrt{\frac{7 \cdot 3}{2}} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$f) \sqrt{\frac{2a}{3bx}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{x}}$$

$$g) \sqrt[3]{7a^2} = \sqrt[3]{7} \sqrt[3]{a^2}$$

$$h) \sqrt[4]{\frac{8}{3a^2}} = \frac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{a^2}}$$

38

$$a) \sqrt[4]{12^7} = 12 \cdot \sqrt[4]{12^3} \quad c) \sqrt{7^{25}} = 2^{12} \cdot \sqrt{2}$$

$$b) \sqrt[5]{2^7} = 2 \cdot \sqrt[5]{2^2} \quad d) \sqrt{3^5} = 3^2 \cdot \sqrt{3}$$

39

$$a) 2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^3}$$

$$b) a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{(a^2)^3 \cdot a^2} = \sqrt[3]{a^8}$$

$$c) b \cdot \sqrt[5]{b} = \sqrt[5]{b^5 \cdot b} = \sqrt[5]{b^6}$$

$$d) 3 \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 5}$$

40

$$a) \sqrt{2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^7} = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5}$$

$$b) \sqrt{\frac{a^5 \cdot b^3}{c^7}} = \frac{a^2 \cdot b}{c^3} \cdot \sqrt{\frac{a \cdot b}{c}}$$

$$c) \sqrt[3]{2^3 \cdot a^4 \cdot b^2} = 2a \cdot \sqrt[3]{a \cdot b^2}$$

$$d) \sqrt[3]{\frac{5^3 \cdot 2}{3^4}} = \frac{5}{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$

41

$$a) \sqrt{245} = \sqrt{5 \cdot 7^2} = 7 \cdot \sqrt{5}$$

$$b) \sqrt[3]{648} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^4} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{3} = 6 \cdot \sqrt[3]{3}$$

$$c) \sqrt{\frac{200}{27}} = \sqrt{\frac{2^3 \cdot 5^2}{3^3}} = \frac{2 \cdot 5}{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{10}{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$d) \sqrt[3]{\frac{1125}{16}} = \sqrt[3]{\frac{3^2 \cdot 5^3}{2^4}} = \frac{5}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{3^2}{2}}$$

42

$$a) 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$b) 8\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$$

$$c) 3\sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{18} = \\ = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$d) \sqrt[3]{7} + \frac{1}{2} \sqrt[3]{7} + \frac{3}{5} \sqrt[3]{7} = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) \cdot \sqrt[3]{7} = \frac{21}{10} \sqrt[3]{7}$$

$$e) \sqrt{12} + \sqrt{3} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = \\ = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$f) \sqrt{\frac{12}{25}} + 5\sqrt{27} - \frac{1}{2} \sqrt{75} = \frac{2\sqrt{3}}{5} + 5 \cdot 3\sqrt{3} - \frac{5}{2} \sqrt{3} = \\ = \frac{2}{5} \sqrt{3} + 15\sqrt{3} - \frac{5}{2} \sqrt{3} = \frac{129}{10} \sqrt{3}$$

$$g) 2\sqrt{20} - \frac{1}{5} \sqrt{125} + \frac{2}{3} \sqrt{45} = 4\sqrt{5} - \sqrt{5} + 2\sqrt{5} = \\ = 5\sqrt{5}$$

43

$$a) (\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{3} + 2) = \sqrt{6} + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 2$$

$$b) (2 + \sqrt{3}) \cdot (3 - 2\sqrt{3}) = 6 - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2(\sqrt{3})^2 = \\ = 6 - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 6 = -\sqrt{3}$$

$$c) \sqrt{6} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{5}) = \sqrt{12} - \sqrt{30} = 2\sqrt{3} - \sqrt{30}$$

2.6. Potencias de exponente fraccionario. Propiedades y operaciones (pág. 33)

44

$$a) \sqrt[4]{2^3} = 2^{\frac{3}{4}}$$

$$d) \sqrt{\frac{1}{3}} = 3^{-\frac{1}{2}}$$

$$b) \sqrt{10} = 10^{\frac{1}{2}}$$

$$e) \frac{1}{\sqrt[3]{2^5}} = 2^{-\frac{5}{3}}$$

$$c) \sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$$

$$f) \frac{1}{\sqrt[3]{3^2}} = 3^{-\frac{2}{3}}$$

45

$$a) 8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$d) 5^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$b) 8^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{8^4}}$$

$$e) 16^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{16}} = \frac{1}{2}$$

$$c) \left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

$$f) 16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = 2^3 = 8$$

46

- a) $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{4}{6}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2}$
 b) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{a^7}$
 c) $\sqrt{2\sqrt{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3}$
 d) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{\sqrt{a}} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{11}{12}} = \sqrt[12]{a^{11}}$

47

- a) $\frac{3^{-1} \cdot \sqrt{3}}{81 \cdot 9^{-2}} = \frac{3^{-1} \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^4 \cdot 3^{-4}} = 3^{-1 + \frac{1}{2} - 4 - (-4)} = 3^{-\frac{1}{2}}$
 b) $\frac{5^2 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt[3]{25}} = \frac{5^2 \cdot 5^{\frac{1}{2}}}{5^{\frac{2}{3}}} = 5^{2 + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = 5^{\frac{11}{6}}$
 c) $\frac{\sqrt[3]{2} \cdot 2^{-2}}{\sqrt{2}} = \frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{-2}}{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{1}{3} - 2 - \frac{1}{2}} = 2^{-\frac{13}{6}}$

Evaluación (pág. 34)

Repasa las actividades en las que hayas fallado, haciendo los ejercicios señalados después de cada respuesta.

1

Número	Redondeo	Resultado
$\frac{4}{3} = 1,333\ 333\dots$	A las milésimas	1,333
$\pi = 3,141\ 592\dots$	A las centésimas	3,14
$\sqrt{15} = 3,872\ 983\dots$	A las diezmilésimas	3,8730

(Ejercicios 2 y 3 del apartado 2.1)

2

Báscula industrial: $E_r = \frac{50 - 48,95}{50} = 0,021 = 2,1\%$

Báscula doméstica: $E_r = \frac{1,11 - 1}{1} = 0,11 = 11\%$

Respuesta: el E_r en la balanza industrial es 2,1%, y en la doméstica, 11%. Por consiguiente, la báscula industrial es más fiable.

(Ejercicios 5 y 6 del apartado .1)

3

Un milímetro.

(Ejercicios 5 y 6 del apartado 2.1)

4

Número	661,02	70,10	0,005	0,0102
Número de cifras significativas	5	4	1	3

(Ejercicios 10 y 12 del apartado 2.1)

5

- a) 145,9; b) 51; c) 313,99; d) 12,9

(Ejercicio 14 del apartado 2.2)

6

- a) $\frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 2^{-8} \cdot 3^6 \cdot 2^{-6}}{3^4 \cdot 3^{-2} \cdot 2^{-8} \cdot 2^6} = \frac{3^6}{2^7}$
 b) $\left(2^3 \cdot \left(-\frac{5^2}{2}\right)^3\right)^4 = 5^{24}$
 c) $(3^4 \cdot 3^{-2})^{-3} \cdot 3^{-3} = 3^{-3}$

(Ejercicios 20 y 21 del apartado 2.3)

7

- a) $4,6 \cdot 10^{-2} - 3 \cdot 10^{-3} + 5,8 \cdot 10^{-2} = (46 - 3 + 58) \cdot 10^{-3} = 101 \cdot 10^{-3} = 1,01 \cdot 10^{-1}$
 b) $(1,2 + 4,4) \cdot 10^4 \cdot 8,8 \cdot 10^{-2} = (5,6 \cdot 8,8) \cdot 10^2 = 49,28 \cdot 10^2 = 4,928 \cdot 10^3$

(Ejercicios 30 y 31 del apartado 2.4)

8

- a) $\sqrt[3]{16a^2b} \cdot \sqrt[3]{2a^2b^2} = \sqrt[3]{2^4 \cdot a^2 \cdot b \cdot 2 \cdot a^2 \cdot b^2} = \sqrt[3]{2^5 \cdot a^4 \cdot b^3} = 2 \cdot a \cdot b \sqrt[3]{2 \cdot a}$
 b) $\sqrt{8x} \cdot \sqrt{2x^2y^3} = \sqrt{\frac{2^3 \cdot x}{2x^2y^3}} = \sqrt{\frac{2^2}{xy^3}} = \frac{2}{y} \sqrt{\frac{1}{xy}}$
 c) $\frac{\sqrt{7xy} \cdot \sqrt{14x}}{\sqrt{2y^2}} = \sqrt{\frac{7 \cdot x \cdot y \cdot 2 \cdot 7x}{2 \cdot y^2}} = \sqrt{\frac{7^2 x^2}{y}} = 7x \sqrt{\frac{1}{y}}$

(Ejercicios 40 y 41 del apartado 2.5)

9

- a) $\sqrt[3]{2160} = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3^3 \cdot 5} = 2 \cdot 3 \sqrt[3]{2 \cdot 5} = 6\sqrt[3]{10}$
 b) $\sqrt{1080} = \sqrt{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5} = 2 \cdot 3 \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5} = 6\sqrt{30}$
 c) $\sqrt{900} = \sqrt{3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = 30$
 d) $\sqrt[3]{216x^5y^{20}} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3 \cdot x^5 \cdot y^{20}} = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot y^6 \cdot \sqrt[3]{x^2y^2}$

(Ejercicios 33, 35, 37, y 38 del apartado 2.5)

10

a) $5\sqrt{18} + 2\sqrt{50} - 3\sqrt{32} = 15\sqrt{2} + 10\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$

b) $\frac{1}{3}\sqrt{12} + \frac{2}{5}\sqrt{75} - \sqrt{27} = \frac{2}{3}\sqrt{3} + \frac{10}{5}\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$

(Ejercicios 42 y 43 del apartado 2.5)

11

a) $3\sqrt{2} \cdot (5\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = 15 \cdot (\sqrt{2})^2 - 6\sqrt{6} = 30 - 6\sqrt{6}$

b) $(2\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{2})^2 = 20 - 18 = 2$

c) $(5 - \sqrt{3}) \cdot (2 + 3\sqrt{3}) = 13\sqrt{3} + 1$

(Ejercicios 42 y 43 del apartado 2.5)

12

a) $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$ c) $\frac{1}{\sqrt{8}} = 8^{-\frac{1}{2}}$ e) $5^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

b) $\sqrt[4]{a^{-3}} = a^{-\frac{3}{4}}$ d) $\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ f) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

(Ejercicios 44 y 45 del apartado 2.5)

13

$$\frac{2^{-2} \cdot \sqrt{8}}{16 \cdot 4^{-3}} = \frac{2^{-2} \cdot 2^{3/2}}{2^4 \cdot (2^2)^{-3}} = \frac{2^{-1/2}}{2^{-2}} = 2^{3/2}$$

(Ejercicio 47 del apartado 2.6)

14

$$\frac{(a^3 \cdot b^2)^2 \cdot b^{-3}}{(a \cdot b^2)^2 \cdot (b^{-2})^3} = \frac{a^6 \cdot b^4 \cdot b^{-3}}{a^2 \cdot b^4 \cdot b^{-6}} = a^4 \cdot b^3$$

(Ejercicios 44 y 47 del apartado 2.6)

3 Polinomios**3.1. Operaciones elementales (pág. 36)****1**

A(x)	B(x)	A(x) + B(x)	A(x) - B(x)
$3x^2$	$-2x^2$	x^2	$5x^2$
$-12x^5$	$-4x^5$	$-16x^5$	$-8x^5$
$8x^7$	$\frac{1}{4}x^7$	$\frac{33}{4}x^7$	$\frac{31}{4}x^7$
$\frac{2}{3}x$	$-\frac{5}{2}x$	$-\frac{11}{6}x$	$\frac{19}{6}x$

2

A(x)	B(x)	A(x) · B(x)	A(x) : B(x)
$3x^2$	$-2x^2$	$-6x^4$	$-\frac{3}{2}$
$-12x^5$	$-4x^5$	$48x^{10}$	3
$-4x^5$	$2x$	$-8x^6$	$-2x^4$
$\frac{5}{2}x^2$	$-\frac{1}{2}x$	$-\frac{5}{4}x^3$	$-5x$
$30x^6$	$2x^2$	$60x^8$	$15x^4$

3

a) $A(x) + B(x) + C(x)$
 $3x^2 + 6x - 1 - x^3 + 5x - 7 + 2x^4 + 2x^3 - x + 3 =$
 $= 2x^4 + (-1 + 2) \cdot x^3 + 3x^2 + (6 + 5 - 1) \cdot x - 1 - 7 +$
 $+ 3 = 2x^4 + x^3 + 3x^2 + 10x - 5$

b) $A(x) + B(x)$
 $3x^2 + 6x - 1 - x^3 + 5x - 7 =$
 $= -x^3 + 3x^2 + (6 + 5) \cdot x - 1 - 7 =$
 $= -x^3 + 3x^2 + 11x - 8$

c) $[B(x) + C(x)] - A(x)$
 $-x^3 + 5x - 7 + 2x^4 + 2x^3 - x + 3 - 3x^2 - 6x + 1 =$
 $= 2x^4 + (-1 + 2) \cdot x^3 - 3x^2 + (5 - 1 - 6) \cdot x - 7 + 3 +$
 $+ 1 = 2x^4 + x^3 - 3x^2 - 2x - 3$

d) $2A(x) - B(x) + 3C(x)$
 $6x^2 + 12x - 2 + x^3 - 5x + 7 + 6x^4 + 6x^3 - 3x + 9 =$
 $= 6x^4 + (6 + 1) \cdot x^3 + 6x^2 + (12 - 5 - 3) \cdot x - 2 +$
 $+ 7 + 9 = 6x^4 + 7x^3 + 6x^2 + 4x + 14$

4

a) $A(x) + B(x) = 7x^2 - 3$
 $A(x) = 7x^2 - 3 - 3x^3 + 2x^2 - 5 = -3x^3 + 9x^2 - 8$

b) $A(x) - 2B(x) = 8x^3 + 7x^2 - x + 1$
 $A(x) = 8x^3 + 7x^2 - x + 1 + 6x^3 - 4x^2 + 10 =$
 $= 14x^3 + 3x^2 - x + 11$

c) $A(x) - B(x) = x^2 + 3x - 2$
 $A(x) = x^2 + 3x - 2 + 3x^3 - 2x^2 + 5 = 3x^3 - x^2 + 3x + 3$

5

a) $A(x) \cdot B(x)$
 $(3x^2 + 5) \cdot (x^2 - 4x + 2) = 3x^4 - 12x^3 + 6x^2 + 5x^2 -$
 $- 20x + 10 = 3x^4 - 12x^3 + 11x^2 - 20x + 10$

b) $A(x) \cdot C(x)$
 $(3x^2 + 5) \cdot (x + 3) = 3x^3 + 9x^2 + 5x + 15$

c) $B(x) \cdot C(x)$

$$(x^2 - 4x + 2) \cdot (x + 3) = x^3 + 3x^2 - 4x^2 - 12x + 2x + 6 = x^3 - x^2 - 10x + 6$$

d) $[A(x)]^2 = A(x) \cdot A(x)$

$$(3x^2 + 5) \cdot (3x^2 + 5) = 9x^4 + 30x^2 + 25$$

e) $[B(x)]^2 = B(x) \cdot B(x)$

$$(x^2 - 4x + 2) \cdot (x^2 - 4x + 2) = x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x^3 + 16x^2 - 8x + 2x^2 - 8x + 4 = x^4 - 8x^3 + 20x^2 - 16x + 4$$

f) $[C(x)]^2 = C(x) \cdot C(x)$

$$(x + 3) \cdot (x + 3) = x^2 + 6x + 9$$

g) $A(x) \cdot B(x) \cdot C(x)$

$$(3x^4 - 12x^3 + 11x^2 - 20x + 10) \cdot (x + 3) = 3x^5 + 9x^4 - 12x^4 - 36x^3 + 11x^3 + 33x^2 - 20x^2 - 60x + 10x + 30 = 3x^5 - 3x^4 - 25x^3 + 13x^2 - 50x + 30$$

6

a) $[A(x) + B(x)] \cdot C(x)$

$$[(3x^2 - 5x + 1) + (2x^2 - 2x + 7)] \cdot (4x + 3) = (5x^2 - 7x + 8) \cdot (4x + 3) = 20x^3 + 15x^2 - 28x^2 - 21x + 32x + 24 = 20x^3 - 13x^2 + 11x + 24$$

b) $A(x) \cdot B(x) + 2C(x)$

$$(3x^2 - 5x + 1) \cdot (2x^2 - 2x + 7) + (8x + 6) = 6x^4 - 6x^3 + 21x^2 - 10x^3 + 10x^2 - 35x + 2x^2 - 2x + 7 + 8x + 6 = 6x^4 - 16x^3 + 33x^2 - 29x + 13$$

7

a) $5x^4 - 15x^3 + 25x^2 = 5x^2 \cdot (x^2 - 3x + 5)$

b) $2x^4 - 10x^3 + 8x = 2x \cdot (x^3 - 5x^2 + 4)$

c) $7x^3 + 14x^2 - x = x \cdot (7x^2 + 14x - 1)$

d) $9a^2b - 3ab^2 = 3ab \cdot (3a - b)$

e) $(x^2 + 1) \cdot (x - 1) + (x^2 + 1) \cdot (x + 1) = (x^2 + 1) \cdot (x - 1 + x + 1) = (x^2 + 1) \cdot 2x$

3.2. Identidades notables (pág. 40)

8

a) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + x + \frac{1}{4}$

b) $(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$

c) $(x^2 + 3x)^2 = x^4 + 6x^3 + 9x^2$

9

a) $(6 - x)^2 = x^2 - 12x + 36$

b) $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}$

c) $(x^2 - 5)^2 = x^4 - 10x^2 + 25$

10

a) $\left(x + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) = x^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = x^2 - \frac{1}{9}$

b) $(5 + 4x) \cdot (5 - 4x) = 25 - (4x)^2 = 25 - 16x^2$

c) $(x^2 + 6x) \cdot (x^2 - 6x) = (x^2)^2 - (6x)^2 = x^4 - 36x^2$

11

a) $(x + 3)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 3^2 + 3^3 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

b) $(1 + 2x)^3 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot 2x + 3 \cdot 1 \cdot (2x)^2 + (2x)^3 = 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3$

c) $(x^2 + 2)^3 = (x^2)^3 + 3 \cdot (x^2)^2 \cdot 2 + 3x^2 \cdot 2^2 + 2^3 = x^6 + 6x^4 + 12x^2 + 8$

12

a) $(x - 4)^3 = x^3 - 3x^2 \cdot 4 + 3x \cdot 4^2 - 4^3 = x^3 - 12x^2 + 48x - 64$

b) $(2x - 3)^3 = (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 - 3^3 = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$

c) $(2 - x^2)^3 = (2)^3 - 3 \cdot 2^2 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot (x^2)^2 - (x^2)^3 = 8 - 12x^2 + 6x^4 - x^6$

13

a) $\left(x^2 + x + \frac{1}{2}\right)^2 = (x^2)^2 + x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2x^2 \cdot x + 2x^2 \cdot \frac{1}{2} + 2x \cdot \frac{1}{2} = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + \frac{1}{4}$

b) $(x^3 + 2x + 1)^2 = (x^3)^2 + (2x)^2 + 1^2 + 2x^3 \cdot 2x + 2x^3 \cdot 1 + 2 \cdot 2x \cdot 1 = x^6 + 4x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 4x + 1$

c) $(2x^2 + 3x + 5)^2 = (2x^2)^2 + (3x)^2 + (5)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot 3x + 2 \cdot 2x^2 \cdot 5 + 2 \cdot 3x \cdot 5 = 4x^4 + 9x^2 + 25 + 12x^3 + 20x^2 + 30x = 4x^4 + 12x^3 + 29x^2 + 30x + 25$

14

a) $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

b) $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$

c) $4 - 4x^2 + x^4 = (x^2 - 2)^2$

15

a) $9x^2 - 4 = (3x)^2 - 2^2 = (3x + 2) \cdot (3x - 2)$

b) $49 - x^2 = 7^2 - x^2 = (7 + x) \cdot (7 - x)$

c) $9 - 4x^2 = 3^2 - (2x)^2 = (3 + 2x) \cdot (3 - 2x)$

d) $x^4 - 1 = (x^2)^2 - 1^2 = (x^2 + 1) \cdot (x^2 - 1)$

e) $\frac{x^6}{4} - x^2 = \left(\frac{x^3}{2}\right)^2 - x^2 = \left(\frac{x^3}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{x^3}{2} + x\right)$

f) $x^4 - 36x^4 = (x^2)^2 - 6^2 \cdot (x^2)^2 = (x^2 - 6x^2) \cdot (x^2 + 6x^2)$

16

- a) $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$
 b) $(x + 3) \cdot (x - 3) = x^2 - 9$
 c) $3x^3 + 5x^2 - 7x = x \cdot (3x^2 + 5x - 7)$
 d) $x^4 + 16x^2 + 64 = (x^2 + 8)^2$
 e) $4x^2 - 36 = (2x + 6) \cdot (2x - 6)$

17

- a) $(x + 2)^2 - (x + 3) \cdot (x - 3) = x^2 + 4x + 4 - x^2 + 9 = 4x + 13$
 b) $(2x + 1)^2 - (2x + 3) \cdot (x - 2) = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1 - (2x^2 - 4x + 3x - 6) = 2x^2 + 5x + 7$
 c) $(3x - 5)^2 + (3x + 5)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 + (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 = 18x^2 + 50$
 d) $5x \cdot (x^2 - 2x + 3) - (x + 3)^2 = 5x^3 - 10x^2 + 15x - (x^2 + 6x + 9) = 5x^3 - 11x^2 + 9x - 9$
 e) $(x^2 - 1) \cdot (x^2 + 1) - x^4 = x^4 + x^2 - x^2 - 1 - x^4 = -1$
 f) $(x + 5) \cdot (-5 + x) + (x - 5)^2 = 2x^2 - 10x$

3.3. División de polinomios (pág. 43)**18**

- a) $(3x^4 + 2x^2 - x + 3) : (x^2 + 3x)$
- $$\begin{array}{r} 3x^4 \quad + \quad 2x^2 - \quad x + 3 \quad | \quad x^2 + 3x \\ -3x^4 - 9x^3 \quad \quad \quad \quad | \quad 3x^2 - 9x + 29 \\ \hline \quad -9x^3 + 2x^2 - \quad x + 3 \\ \quad +9x^3 + 27x^2 \quad \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad 29x^2 - \quad x + 3 \\ \quad -29x^2 - 87x \quad \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad -88x + 3 \end{array}$$
- b) $(4x^5 + x^3 - 2x) : (x^3 + 2)$
- $$\begin{array}{r} 4x^5 + \quad x^3 \quad - 2x \quad \quad | \quad x^3 + 2 \\ -4x^5 \quad \quad - 8x^2 \quad \quad \quad | \quad 4x^2 + 1 \\ \hline \quad \quad x^3 - 8x^2 - 2x \quad \quad \quad \\ \quad -x^3 \quad \quad - 2 \quad \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad -8x^2 - 2x - 2 \end{array}$$
- c) $(8x^5 - x^4 - x + 4) : (x^2 + 2x)$
- $$\begin{array}{r} 8x^5 - \quad x^4 \quad \quad \quad - x + 4 \quad | \quad x^2 + 2x \\ -8x^5 - 16x^4 \quad \quad \quad \quad | \quad 8x^3 - 17x^2 + 34x - 68 \\ \hline \quad -17x^4 \quad \quad \quad - x + 4 \\ \quad +17x^4 + 34x^3 \quad \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad 34x^3 \quad \quad - x + 4 \\ \quad -34x^3 - 68x^2 \quad \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad -68x^2 - x + 4 \\ \quad \quad \quad +68x^2 + 136x \quad \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad 135x + 4 \end{array}$$

d) $(7x^3 + 2x^2 - x + 8) : (x + 5)$

$$\begin{array}{r} 7x^3 + 2x^2 - \quad x + 8 \quad | \quad x + 5 \\ -7x^3 - 35x^2 \quad \quad \quad \quad | \quad 7x^2 - 33x + 164 \\ \hline \quad -33x^2 - \quad x + 8 \\ \quad +33x^2 + 165x \quad \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad 164x + 8 \\ \quad \quad \quad -164x - 820 \quad \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad -812 \end{array}$$

3.4. Regla de Ruffini (pág. 44)**19**

- a) $(5x^3 + 2x^2 - x - 3) : (x - 3)$
- $$\begin{array}{r} 5 \quad 2 \quad -1 \quad -3 \\ 3 \quad | \quad 15 \quad 51 \quad 150 \\ \hline \quad 5 \quad 17 \quad 50 \quad | \quad 147 \end{array}$$
- Cociente: $5x^2 + 17x + 50$; Resto: 147
- b) $(x^4 + 2x^2 - x + 6) : (x + 1)$
- $$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad 2 \quad -1 \quad 6 \\ -1 \quad | \quad -1 \quad 1 \quad -3 \quad 4 \\ \hline \quad 1 \quad -1 \quad 3 \quad -4 \quad | \quad 10 \end{array}$$
- Cociente: $x^3 - x^2 + 3x - 4$; Resto: 10
- c) $(-x^6 + 8x^2 - x - 6) : (x - 1)$
- $$\begin{array}{r} -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 8 \quad -1 \quad -6 \\ 1 \quad | \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 7 \quad 6 \\ \hline \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 7 \quad 6 \quad | \quad 0 \end{array}$$
- Cociente: $-x^5 - x^4 - x^3 - x^2 + 7x + 6$; Resto: 0
- d) $(4x^5 + x^4 - 2x^3 + 6x - 3) : (x + 2)$
- $$\begin{array}{r} 4 \quad 1 \quad -2 \quad 0 \quad 6 \quad -3 \\ -2 \quad | \quad -8 \quad 14 \quad -24 \quad 48 \quad -108 \\ \hline \quad 4 \quad -7 \quad 12 \quad -24 \quad 54 \quad | \quad -111 \end{array}$$
- Cociente: $4x^4 - 7x^3 + 12x^2 - 24x + 54$; Resto: -111
- e) $(4x^3 - 6x^2 - 2x + 2) : (x - 5)$
- $$\begin{array}{r} 4 \quad -6 \quad -2 \quad 2 \\ 5 \quad | \quad 20 \quad 70 \quad 340 \\ \hline \quad 4 \quad 14 \quad 68 \quad | \quad 342 \end{array}$$
- Cociente: $4x^2 + 14x + 68$; Resto: 342
- f) $(-x^3 - 6x^2 + 2x - 9) : (x + 7)$
- $$\begin{array}{r} -1 \quad -6 \quad 2 \quad -9 \\ -7 \quad | \quad 7 \quad -7 \quad 35 \\ \hline \quad -1 \quad 1 \quad -5 \quad | \quad 26 \end{array}$$
- Cociente: $-x^2 + x - 5$; Resto: 26

3.5. Valor numérico de un polinomio. Teorema del resto (pág. 45)

20

a) $A(0) = -2$

$$A(1) = 2 \cdot 1 + 1 - 1 - 2 = 0$$

$$A(-1) = 2 \cdot (-1)^3 + (-1)^2 - (-1) - 2 = -2 + 1 + 1 - 2 = -2$$

b) $B(2) = 4 \cdot 2^5 + 5 \cdot 2^4 - 2^3 + 6 \cdot 2 - 3 = 128 + 80 - 8 + 12 - 3 = 209$

$$B(-2) = 4 \cdot (-2)^5 + 5 \cdot (-2)^4 - (-2)^3 + 6 \cdot (-2) - 3 = -128 + 80 + 8 - 12 - 3 = -55$$

$$B(0) = -3$$

21

$$a) \begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 3 & 3 & 1 \end{array} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A(0) = 1$$

$$1 \begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & 3 & 1 \\ & 1 & 4 & 7 \\ \hline 1 & 4 & 7 & 8 \end{array} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A(1) = 8$$

$$-1 \begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & 3 & 1 \\ & -1 & -2 & -1 \\ \hline 1 & 2 & 1 & 0 \end{array} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A(-1) = 0$$

b) $\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 0 & 1 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 2 & 0 & 1 & -1 & -5 \end{array} \Rightarrow$

$$\Rightarrow B(0) = -5$$

$$2 \begin{array}{r|rrrrr} 2 & 0 & 1 & -1 & -5 \\ & 4 & 8 & 18 & 34 \\ \hline 2 & 4 & 9 & 17 & 29 \end{array} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B(2) = 29$$

$$-3 \begin{array}{r|rrrrr} 2 & 0 & 1 & -1 & -5 \\ & -6 & 18 & -57 & 174 \\ \hline 2 & -6 & 19 & -58 & 169 \end{array} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B(-3) = 169$$

Evaluación (pág. 46)

Repasa las actividades en las que hayas fallado, haciendo los ejercicios señalados después de cada respuesta.

1

a) $A(x) + B(x) + C(x)$

$$5x^3 + 2x^2 - x - 3 + 2x^4 + 2x^3 + 6 - 3x + 3 = 2x^4 + (5+2) \cdot x^3 + 2x^2 + (-1-3) \cdot x + -3 + 6 + 3 = 2x^4 + 7x^3 + 2x^2 - 4x + 6$$

b) $A(x) - 2B(x)$

$$5x^3 + 2x^2 - x - 3 - 4x^4 - 4x^3 - 12 = -4x^4 + (5-4) \cdot x^3 + 2x^2 - x - 3 - 12 = -4x^4 + x^3 + 2x^2 - x - 15$$

c) $A(x) \cdot C(x)$

$$(5x^3 + 2x^2 - x - 3) \cdot (-3x + 3) = -15x^4 + 15x^3 - 6x^2 + 6x^2 + 3x^2 - 3x + 9x - 9 = -15x^4 + 9x^3 + 9x^2 + 6x - 9$$

d) $A(x) \cdot C(x) + B(x)$

$$(5x^3 + 2x^2 - x - 3) \cdot (-3x + 3) + 2x^4 + 2x^3 + 6 = -13x^4 + 11x^3 + 9x^2 + 6x - 3$$

e) $A(x) - B(x) \cdot C(x)$

$$5x^3 + 2x^2 - x - 3 - (2x^4 + 2x^3 + 6) \cdot (-3x + 3) = 5x^3 + 2x^2 - x - 3 - (-6x^5 + 6x^4 - 6x^4 + 6x^3 - 18x + 18) = 5x^3 + 2x^2 - x - 3 + 6x^5 - 6x^3 + 18x - 18 = 6x^5 - x^3 + 2x^2 + 17x - 21$$

f) $C(x) - B(x) - A(x)$

$$-3x + 3 - 2x^4 - 2x^3 - 6 - 5x^3 - 2x^2 + x + 3 = -2x^4 - 7x^3 - 2x^2 - 2x$$

g) $2B(x) + B(x) \cdot C(x)$

$$2 \cdot (2x^4 + 2x^3 + 6) + (2x^4 + 2x^3 + 6) \cdot (-3x + 3) = 4x^4 + 4x^3 + 12 - 6x^5 + 6x^4 - 6x^4 + 6x^3 - 18x + 18 = -6x^5 + 4x^4 + 10x^3 - 18x + 30$$

h) $3A(x) + 2B(x) - C(x)$

$$3 \cdot (5x^3 + 2x^2 - x - 3) + 2 \cdot (2x^4 + 2x^3 + 6) - (-3x + 3) = 15x^3 + 6x^2 - 3x - 9 + 4x^4 + 4x^3 + 12 + 3x - 3 = 4x^4 + 19x^3 + 6x^2$$

(Ejercicios 3-6 del apartado 3.1)

2

a) $15x^3 + 3x^2 - 9x - 3 = 3 \cdot (5x^3 + x^2 - 3x - 1)$

b) $4x^6 + 2x^4 - 6x^2 = 2x^2 \cdot (2x^4 + x^2 - 3)$

c) $x^7 + 2x^2 - x = x \cdot (x^6 + 2x - 1)$

d) $(x+2) \cdot (x-7) + (x+2) \cdot (x+4) = (x+2) \cdot (x-7+x+4) = (x+2) \cdot (2x-3)$

(Ejercicio 7 del apartado 3.1)

3

- a) $(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25$
 b) $(x + 5x^2)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot 5x^2 + 3x \cdot (5x^2)^2 + (5x^2)^3 = x^3 + 15x^4 + 75x^5 + 125x^6$
 c) $(3x - 2)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$
 d) $\left(6x - \frac{1}{6}\right)^3 = (6x)^3 - 3 \cdot (6x)^2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot 6x \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 - \left(\frac{1}{6}\right)^3 = 216x^3 - 18x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{216}$
 e) $\left(7x + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(7x - \frac{1}{2}\right) = (7x)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 49x^2 - \frac{1}{4}$
 f) $(x^2 + 2x + 3)^2 = (x^2)^2 + (2x)^2 + 3^2 + 2x^2 \cdot 2x + 2x^2 \cdot 3 + 2 \cdot 2x \cdot 3 = x^4 + 4x^3 + 10x^2 + 12x + 9$

(Ejercicios 8-13 del apartado 3.2)

4

- a)
$$\begin{array}{r} 5x^5 + 2x^4 - x^3 + 2x - 3 \mid x^2 + 2 \\ -5x^5 - 10x^3 \\ \hline 2x^4 - 11x^3 \\ -2x^4 - 4x^2 \\ \hline -11x^3 - 4x^2 + 2x - 3 \\ 11x^3 + 22x \\ \hline -4x^2 + 24x - 3 \\ 4x^2 + 8 \\ \hline 24x + 5 \end{array}$$
- b)
$$\begin{array}{r} 4x^6 - x^4 - x^3 + 7x - 1 \mid x^3 - x \\ -4x^6 + 4x^4 \\ \hline 3x^4 - x^3 + 7x - 1 \\ -3x^4 + 3x^2 \\ \hline -x^3 + 3x^2 + 7x - 1 \\ x^3 - x \\ \hline 3x^2 + 6x - 1 \end{array}$$

(Ejercicio 18 del apartado 3.3)

5

- a)
$$\begin{array}{c|cccc} 5 & 1 & -9 & 2 & -8 \\ -2 & & -10 & 18 & -18 & 32 \\ \hline 5 & -9 & 9 & -16 & 24 \end{array}$$

 $P(-2) = 24$
- b)
$$\begin{array}{c|cccccc} 1 & 0 & -5 & -1 & 0 & 5 & -2 \\ 4 & & 4 & 16 & 44 & 172 & 688 & 2772 \\ \hline 1 & 4 & 11 & 43 & 172 & 693 & 2770 \end{array}$$

 $Q(4) = 2770$

(Ejercicios 20 y 21 del apartado 3.5)

4 Ecuaciones

4.1. Resolución de ecuaciones de primer grado (pág. 48)

1

- a) $7 + x = 12 \Rightarrow x = 12 - 7 \Rightarrow x = 5$
 b) $-x + 8 = -3 \Rightarrow -x = -8 - 3 \Rightarrow -x = -11 \Rightarrow x = 11$
 c) $3x + 4 = 16 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$
 d) $5x - 7 = 3 \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{5} = 2$
 e) $\frac{2}{3}x = 8 \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{2} = 12 \Rightarrow x = 12$
 f) $\frac{2x}{5} = 4 \Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = 10$
 g) $\frac{x}{2} + 3 = 5 \Rightarrow \frac{x}{2} = 2 \Rightarrow x = 4$
 h) $2x + 5 = -x + 7 \Rightarrow 2x + x = 7 - 5 \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$
 i) $-5x + 2 = 4 - 3x \Rightarrow -5x + 3x = 4 - 2 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{-2} = -1$
 j) $5x + 2x = 4x + 12 \Rightarrow 5x + 2x - 4x = 12 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$
 k) $3x - 72 = -6x \Rightarrow 3x + 6x = 72 \Rightarrow 9x = 72 \Rightarrow x = 8$
 l) $-4 \cdot (x + 3) + 5 \cdot (2 - x) = x + 8 - 3 \cdot (2x + 6) \Rightarrow -4x - 12 + 10 - 5x = x + 8 - 6x - 18 \Rightarrow -4x - 5x - x + 6x = 8 - 18 - 10 + 12 \Rightarrow -4x = -8 \Rightarrow x = \frac{-8}{-4} = 2$

2

- a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} = \frac{3x}{4} + \frac{1}{4}$
 m.c.m. (2, 4, 8) = 8
 $4x + 2x + x = 6x + 2 \Rightarrow x = 2$
- b) $\frac{4x}{3} - \frac{5x}{9} = 2 + \frac{x}{3}$
 m.c.m. (3, 9) = 9
 $12x - 5x = 18 + 3x \Rightarrow 4x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$
- c) $3 \cdot \left(x - \frac{2}{3}\right) + 1 = 4 \cdot \left(\frac{x}{2} - 1\right)$
 $3x - 2 + 1 = 2x - 4 \Rightarrow x = -3$

$$d) \frac{1}{2} \cdot (x-4) + \frac{2}{3} \cdot (5-2x) = 2$$

$$\text{m.c.m. } (2, 3) = 6$$

$$3 \cdot (x-4) + 4 \cdot (5-2x) = 12 \Rightarrow 3x - 12 + 20 - 8x = 12 \Rightarrow -5x = 4 \Rightarrow x = -\frac{4}{5}$$

$$e) (x-3) + \frac{1}{3} \cdot (2-2x) = x-9$$

$$3 \cdot (x-3) + (2-2x) = 3 \cdot (x-9) \Rightarrow 3x - 9 + 2 - 2x = 3x - 27 \Rightarrow -2x = -20 \Rightarrow x = \frac{-20}{-2} = 10$$

$$f) \frac{3x-1}{3} - \frac{2-3x}{5} = \frac{x+8}{15}$$

$$\text{m.c.m. } (3, 5, 15) = 15$$

$$5 \cdot (3x-1) - 3 \cdot (2-3x) = x+8 \Rightarrow 15x - 5 - 6 + 9x = x+8 \Rightarrow 23x = 19 \Rightarrow x = \frac{19}{23}$$

$$g) 3 - \frac{2x}{5} = x - \frac{3x-1}{2}$$

$$\text{m.c.m. } (5, 2) = 10$$

$$30 - 4x = 10x - 5 \cdot (3x-1) \Rightarrow 30 - 4x = 10x - 15x + 5 \Rightarrow x = -25$$

$$h) \frac{x-5}{4} - \frac{5x-3}{6} + 2 = \frac{1}{3} \cdot (2x+5) - x$$

$$\text{m.c.m. } (4, 6, 3) = 12$$

$$3 \cdot (x-5) - 2 \cdot (5x-3) + 24 = 4 \cdot (2x+5) - 12x \Rightarrow 3x - 10x - 8x + 12x = 20 + 15 - 6 - 24 \Rightarrow -3x = 5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$$

$$i) \frac{x+1}{6} - \frac{x+3}{4} = -1$$

$$\text{m.c.m. } (6, 4) = 12$$

$$2 \cdot (x+1) - 3 \cdot (x+3) = -12 \Rightarrow 2x - 3x = -12 + 9 - 2 \Rightarrow -x = -5 \Rightarrow x = 5$$

$$j) \frac{x}{2} + \frac{x}{6} + x + \frac{6}{9} = 4$$

$$\text{m.c.m. } (2, 6, 9) = 18$$

$$9x + 3x + 18x + 12 = 72 \Rightarrow 9x + 3x + 18x = 72 - 12 \Rightarrow 30x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{30} = 2$$

3

$$a) \frac{3x-3}{4} = \frac{2x+3}{6}$$

$$6 \cdot (3x-3) = 4 \cdot (2x+3) \Rightarrow 18x - 18 = 8x + 12 \Rightarrow 10x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{10} = 3$$

$$b) 5 \cdot (2x-3) = \frac{3-2x}{3}$$

$$15 \cdot (2x-3) = 3-2x \Rightarrow 30x - 45 = 3 - 2x \Rightarrow 32x = 48 \Rightarrow x = \frac{48}{32} = \frac{3}{2}$$

$$c) \frac{6x-9}{5} = \frac{2x-3}{4}$$

$$4 \cdot (6x-9) = 5 \cdot (2x-3) \Rightarrow 24x - 36 = 10x - 15 \Rightarrow 14x = 21 \Rightarrow x = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$$

$$d) \frac{5x-2}{x+8} = \frac{4}{3}$$

$$3 \cdot (5x-2) = 4 \cdot (x+8) \Rightarrow 15x - 6 = 4x + 32 \Rightarrow 11x = 38 \Rightarrow x = \frac{38}{11}$$

4

$$a) (3x+5) \cdot (2x-1) = 0$$

$$3x+5=0 \Rightarrow 3x=-5 \Rightarrow x=-\frac{5}{3}$$

$$2x-1=0 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

$$b) (x+2) \cdot (x+3) \cdot (x+1) = 0$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$$c) (5x-7) \cdot \left(x-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(x+\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$5x-7=0 \Rightarrow x=\frac{7}{5}$$

$$x-\frac{4}{5}=0 \Rightarrow x=\frac{4}{5}$$

$$x+\frac{1}{2}=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

$$d) (-2x-4) \cdot \left(\frac{2}{3}x+4\right) = 0$$

$$-2x-4=0 \Rightarrow -2x=4 \Rightarrow x=-2$$

$$\frac{2}{3}x+4=0 \Rightarrow \frac{2}{3}x=-4 \Rightarrow x=-\frac{12}{2}=-6$$

$$e) (x-3) \cdot \left(\frac{4}{3}x+2\right) \cdot (2x+3) = 0$$

$$x-3=0 \Rightarrow x=3$$

$$\frac{4}{3}x+2=0 \Rightarrow \frac{4}{3}x=-2 \Rightarrow x=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}$$

$$2x+3=0 \Rightarrow 2x=-3 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$$

4.2. Resolución de ecuaciones de segundo grado (pág. 51)

5

- a) $3x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{8}{3} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{8}{3}}$
- b) $-5x^2 - 20 = 0 \Rightarrow -5x^2 = 20 \Rightarrow 5x^2 = -20 \Rightarrow x^2 = -\frac{20}{5} = -4 \Rightarrow x = \sqrt{-4}$. No tiene solución.
- c) $x^2 + 16 = 0 \Rightarrow x^2 = -16 \Rightarrow x = \sqrt{-16}$. No tiene solución.
- d) $4x^2 - 25 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{25}{4}} = \pm \frac{5}{2}$
- e) $x^2 - 4 = 2x^2 - 13 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm \sqrt{9} = \pm 3$
- f) $\frac{3x^2}{5} = \frac{5}{27} \Rightarrow 81x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{25}{81}} = \pm \frac{5}{9}$
- g) $\frac{1}{2} \cdot (x^2 - 3) - 2 \cdot (x^2 + 7) = -3 \Rightarrow x^2 - 3 - 4 \cdot (x^2 + 7) = -6 \Rightarrow x^2 - 3 - 4x^2 - 28 = -6 \Rightarrow -3x^2 = 25 \Rightarrow x^2 = -\frac{25}{3} \Rightarrow x = \sqrt{-\frac{25}{3}}$. No tiene solución.
- h) $\frac{8x^2}{5} = x^2 + 15 \Rightarrow 8x^2 = 5x^2 + 75 \Rightarrow 3x^2 = 75 \Rightarrow x^2 = \frac{75}{3} = 25 \Rightarrow x = \pm \sqrt{25} = \pm 5$
- i) $(x+2)^2 - (x-2)^2 - 3 = x^2 + 8x \Rightarrow x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 4x + 4) - 3 = x^2 + 8x \Rightarrow 8x - 3 = x^2 + 8x \Rightarrow x^2 = -3 \Rightarrow x = \pm \sqrt{-3}$. No tiene solución.
- j) $(x+1)^2 = 2x \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 2x \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow x = \pm \sqrt{-1}$. No tiene solución.
- k) $x \cdot (x-4) = 0 \Rightarrow x = 0; x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

6

- a) $x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x \cdot (x-9) = 0 \Rightarrow x = 0; x = 9$
- b) $-6x^2 + 12x = 0 \Rightarrow 6x \cdot (-x+2) = 0 \Rightarrow x = 0; x = 2$
- c) $-3x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x \cdot (-3x-4) = 0 \Rightarrow x = 0; x = -\frac{4}{3}$
- d) $4x^2 + x = 0 \Rightarrow x \cdot (4x+1) = 0 \Rightarrow x = 0; x = -\frac{1}{4}$
- e) $x^2 + x = 0 \Rightarrow x \cdot (x+1) = 0 \Rightarrow x = 0; x = -1$
- f) $5x^2 - \frac{25}{2}x = 0 \Rightarrow 5x \cdot \left(x - \frac{5}{2}\right) = 0 \Rightarrow x = 0; x = \frac{5}{2}$
- g) $-\frac{3}{4}x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x \cdot \left(-\frac{3}{4}x + 5\right) = 0 \Rightarrow x = 0; x = \frac{20}{3}$

h) $2x + 5 - x \cdot (x + 8) = 5 \cdot (x + 1) \Rightarrow 2x + 5 - x^2 - 8x = 5x + 5 \Rightarrow -x^2 - 11x = 0 \Rightarrow x \cdot (-x - 11) = 0 \Rightarrow x = 0; x = -11$

7

Ecuación	$\Delta = b^2 - 4ac$	N.º de soluciones
$3x^2 - 5x + 8 = 0$	$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 25 - 96 = -71 < 0$	Ninguna
$x^2 + 3x + 8 = 0$	$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 9 - 32 = -23 < 0$	Ninguna
$x^2 - 2x + 3 = 0$	$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4 - 12 = -8 < 0$	Ninguna
$6x^2 + x - 1 = 0$	$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) = 1 + 24 = 25 > 0$	2
$4x^2 - 12x + 9 = 0$	$\Delta = (-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 144 - 144 = 0$	1
$9x^2 + 6x + 1 = 0$	$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 36 - 36 = 0$	1
$x^2 - 10x + 25 = 0$	$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 100 - 100 = 0$	1

8

- a) $x^2 + 3x + 2 = 0$
 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$
 $x_1 = -1; x_2 = -2$
- b) $3x^2 + 8x - 3 = 0$
 $x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3)}}{6} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 36}}{6} = \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{-8 \pm 10}{6}$
 $x_1 = \frac{1}{3}; x_2 = -3$
- c) $x^2 - 3x + 4 = 0$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 16}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{-7}}{2}$. No tiene solución.
- d) $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4}}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 1}}{2} = \frac{-1 \pm 0}{2} = -\frac{1}{2}$

$$e) 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$f) 2x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{-3 \pm 1}{4}$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = -1$$

$$g) -3x^2 + 6x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2}}{-6} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 24}}{-6} = \frac{-6 \pm \sqrt{60}}{-6} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{15}}{-6}$$

$$x_1 = 1 - \frac{\sqrt{15}}{3}; x_2 = 1 + \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$h) (x+2) \cdot (x-2) - (x+3)^2 = x^2 - 2 \Rightarrow x^2 - 4 - (x^2 + 6x + 9) = x^2 - 2 \Rightarrow x^2 - 4 - x^2 - 6x - 9 = x^2 - 2 \Rightarrow -x^2 - 6x - 11 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-11)}}{-2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 44}}{-2} = \frac{6 \pm \sqrt{-8}}{-2}. \text{ No tiene solución.}$$

$$i) x \cdot (4x - 15) - 4 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 15x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-4)}}{8} = \frac{15 \pm \sqrt{289}}{8} = \frac{15 \pm 17}{8} \Rightarrow x_1 = 4; x_2 = -\frac{1}{4}$$

$$j) \frac{(3x+1)^2}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \cdot (3x+1)^2 = 3 \Rightarrow 2 \cdot (9x^2 + 6x + 1) = 3 \Rightarrow 18x^2 + 12x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 72}}{36} = \frac{-12 \pm 6\sqrt{6}}{36} = x_1 = -\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{6}}{6}; x_2 = -\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$k) \frac{2x+1}{x+1} = \frac{x+1}{x+2} \Rightarrow (2x+1) \cdot (x+2) = (x+1)^2 \Rightarrow 2x^2 + 5x + 2 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}; x_2 = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$$

9

$$a) x^2 + mx + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

$$b) 6x^2 + mx + \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow \Delta = m^2 - 4 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow m^2 - 16 = 0 \Rightarrow m = \pm 4$$

$$c) 3x^2 + mx + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow \Delta = m^2 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow m^2 - 9 = 0 \Rightarrow m = \pm 3$$

$$d) mx^2 - 16x + 32 = 0 \Rightarrow \Delta = (-16)^2 - 4 \cdot m \cdot 32 = 0 \Rightarrow 256 - 128m = 0 \Rightarrow m = \frac{256}{128} = 2$$

Problemas (pág. 54)

10

Un amigo recibe x , y el otro, $\frac{2}{5}x$.

$$x + \frac{2}{5}x = 98 \Rightarrow 5x + 2x = 490 \Rightarrow 7x = 490 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{490}{7} = 70 \Rightarrow \frac{2}{5}x = \frac{2}{5} \cdot 70 = 28$$

Respuesta: uno recibe 70 €, y el otro, 28 €.

11

Ancho de la mesa: x

Largo de la mesa: $x + 0,6$

$$2x + 2 \cdot (x + 0,6) = 6 \Rightarrow 2x + 2x + 1,2 = 6 \Rightarrow 4x = 4,8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{4,8}{4} = 1,2 \Rightarrow x + 0,6 = 1,2 + 0,6 = 1,8$$

Respuesta: la mesa mide 1,2 m de ancho y 1,8 m de largo.

12

$$2x = 1,75 \cdot (x + 10) \Rightarrow 2x - 1,75x = 17,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,25x = 17,5 \Rightarrow x = \frac{17,5}{0,25} = 70$$

Respuesta: al principio, el coche iba a 70 km/h.

13

El padre tendrá $51 + x$ años; uno de los hijos, $12 + x$ años, y el otro, $14 + x$ años.

$$51 + x = (12 + x) + (14 + x) \Rightarrow 51 - 12 - 14 = x \Rightarrow x = 25$$

Respuesta: deben pasar 25 años.

14

Mario realiza x ejercicios; Héctor, $\frac{x}{3}$, e Isaac, $\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{3} = \frac{x}{6}$.

$$x + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 54 \Rightarrow 9x = 324 \Rightarrow x = \frac{324}{9} = 36; \frac{x}{3} = 12;$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{3} = 6$$

Respuesta: Mario realiza 36 ejercicios; Héctor, 12, e Isaac, 6.

15

$$x^2 - 4 = 3x + 6 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2} \Rightarrow x_1 = 5; x_2 = -2$$

Respuesta: hay dos opciones: -2 y 5 .

16

Longitud del lado de la carpa: x

Longitud del lado de la carpa aumentada: $x + 3$

$$x^2 + 45 = (x + 3)^2 \Rightarrow x^2 + 45 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 45 - 9 = 6x \Rightarrow 6x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{6} = 6$$

Respuesta: el lado de la carpa inicial medía 6 m.

17

Cateto del triángulo original: x

Cateto menor: $x - 1$

Cateto mayor: $x + 1$

Por el teorema de Pitágoras:

$$(x + 1)^2 + (x - 1)^2 = 10^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1 =$$

$$= 100 \Rightarrow 2x^2 = 100 - 2 \Rightarrow x^2 = 49 \Rightarrow x = \pm \sqrt{49} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm 7 \Rightarrow x_1 = -7; x_2 = 7$$

La solución -7 no es válida porque la medida de un lado no puede ser negativa.

Respuesta: los catetos del original miden 7 cm cada uno.

18

$$x \cdot 3x = 2x + 40 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 40 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 480}}{6} \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{484}}{6} \Rightarrow x = \frac{2 \pm 22}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = 4; x_2 = -\frac{10}{3}$$

La solución $-\frac{10}{3}$ no es válida porque no es un número natural.

Respuesta: se trata del número 4.

Evaluación (pág. 56)

Repasa las actividades en las que hayas fallado, haciendo los ejercicios señalados después de cada respuesta.

1

a) $5x + 1 = 4 \cdot (2x - 1) - 4 \Rightarrow 5x + 1 = 8x - 4 - 4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 5x - 8x = -4 - 4 - 1 \Rightarrow -3x = -9 \Rightarrow x = \frac{-9}{-3} = 3$

b) $3 \cdot (x + 5) - 2 \cdot (x - 1) = 3 - 2 \cdot (5 - x) \Rightarrow$
 $\Rightarrow 3x + 15 - 2x + 2 = 3 - 10 + 2x \Rightarrow 3x - 2x - 2x =$
 $= 3 - 10 - 15 - 2 \Rightarrow -x = -24 \Rightarrow x = 24$

c) $\frac{3x + 2}{7} + \frac{x + 1}{2} = 5 - \frac{x - 1}{4}$

m.c.m. (7, 2, 4) = 28

$$4 \cdot (3x + 2) + 14 \cdot (x + 1) = 140 - 7(x - 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12x + 8 + 14x + 14 = 140 - 7x + 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12x + 14x + 7x = 140 + 7 - 8 - 14 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 33x = 125 \Rightarrow x = \frac{125}{33}$$

d) $5x - 2 \cdot (x + 5) = 2x + 3 \cdot (4 - x) \Rightarrow 5x - 2x - 10 =$
 $= 2x + 12 - 3x \Rightarrow 5x - 2x - 2x + 3x = 12 + 10 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4x = 22 \Rightarrow x = \frac{22}{4} = \frac{11}{2}$$

e) $4 - 2 \cdot (x - 1) = 3 \cdot (2 - x) - 10 \Rightarrow 4 - 2x + 2 =$
 $= 6 - 3x - 10 \Rightarrow -2x + 3x = 6 - 10 - 4 - 2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = -10$

f) $\frac{5x + 3}{7} = \frac{2x - 4}{6} \Rightarrow 6 \cdot (5x + 3) = 7 \cdot (2x - 4) \Rightarrow$

$$\Rightarrow 30x + 18 = 14x - 28 \Rightarrow 16x = -46 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -\frac{46}{16} = -\frac{23}{8}$$

(Ejercicios 1-3 del apartado 4.1)

2

a) $x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2} =$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -3$$

b) $2x - 3 + (x + 1) \cdot (x - 2) = x^2 + x - 6 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2x - 3 + x^2 - 2x + x - 2 = x^2 + x - 6 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 0 = -6 + 3 + 2 \Rightarrow 0 = -1$

Se llega a una contradicción; por tanto, no tiene solución.

c) $(x + 2)^2 - 4 \cdot (x - 1) = 2x^2 - 4 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 - 4x + 4 =$
 $= 2x^2 - 4 \Rightarrow x^2 - 2x^2 = -4 - 4 - 4 \Rightarrow -x^2 = -12 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = \pm \sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = 2\sqrt{3}; x_2 = -2\sqrt{3}$$

$$d) 3 \cdot (x^2 + 2) - x \cdot (x + 5) = 5 \cdot (3 - x) \Rightarrow 3x^2 + 6 - x^2 - 5x = 15 - 5x \Rightarrow 3x^2 - x^2 = 15 - 6 \Rightarrow 2x^2 = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{9}{2}} = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}; x_2 = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$$

$$e) 3x^2 + 4x - 2 = 2 \cdot (x - 1) \Rightarrow 3x^2 + 4x - 2 = 2x - 2 \Rightarrow 3x^2 + 4x - 2x = -2 + 2 \Rightarrow 3x^2 + 2x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \cdot (3x + 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -\frac{2}{3}$$

$$f) 3x^2 + 2 \cdot (x - 4) = -4 \cdot (2 + x) \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 = -8 - 4x \Rightarrow 3x^2 + 2x + 4x = -8 + 8 \Rightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x \cdot (3x + 6) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -2$$

(Ejercicios 5-8 del apartado 4.2)

3

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} + \frac{1}{7} \cdot \left(x - \frac{x}{3} - \frac{x}{5} \right) = x - 30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{x}{5} + \frac{1}{7} \cdot \frac{15x - 5x - 3x}{15} = x - 30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{x}{5} + \frac{1}{7} \cdot \frac{7x}{15} = x - 30 \Rightarrow 5x + 3x + x = 15x - 450 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6x = -450 \Rightarrow x = \frac{-450}{-6} = 75$$

Respuesta: tenía 75 coches.

(Ejercicios 10-18 del apartado Problemas)

4

El cinturón: x ; la camisa, $3x$, y el abrigo, $2 \cdot 3x = 6x$.

$$x + 3x + 6x = 220 \Rightarrow 10x = 220 \Rightarrow x = \frac{220}{10} = 22 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x = 66 \Rightarrow 6x = 132$$

Respuesta: el cinturón vale 22 €; la camisa, 66 €, y el abrigo, 132 €.

(Ejercicios 10-18 del apartado Problemas)

5

Un número natural es x y el siguiente, $x + 1$.

$$x \cdot (x + 1) = 552 \Rightarrow x^2 + x = 552 \Rightarrow x^2 + x - 552 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-552)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2209}}{2} =$$

$$= \frac{-1 \pm 47}{2} \Rightarrow x_1 = 23; x_2 = -24$$

La solución -24 no es válida porque no es natural.

Respuesta: los números son el 23 y el 24.

(Ejercicios 15 y 18 del apartado Problemas)

6

Cateto menor: $2x$ (número par)

Cateto mayor: $2x + 2$

Hipotenusa: $2x + 4$

Por el teorema de Pitágoras:

$$(2x + 4)^2 = (2x)^2 + (2x + 2)^2 \Rightarrow 4x^2 + 16x + 16 = 4x^2 + 4x^2 + 8x + 4 \Rightarrow 4x^2 - 4x^2 - 4x^2 + 16x - 8x + 16 - 4 = 0 \Rightarrow -4x^2 + 8x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} =$$

$$= \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 3 \Rightarrow 2x = 6; 2x + 2 = 8; 2x + 4 = 10$$

La solución -1 no es válida porque una longitud no puede ser negativa.

Respuesta: los catetos valen 6 y 8, y la hipotenusa, 10.

(Ejercicios 11, 15 y 17 del apartado Problemas)

7

Dinero repartido: x

Tiempo trabajando entre las tres: $2 + 3 + 4 = 9$ h

Brianda recibe $\frac{2x}{9}$; Yolanda, $\frac{3x}{9}$, y Ana, $\frac{4x}{9}$

$$\frac{4x}{9} - \frac{2x}{9} = 20 \Rightarrow 2x = 180 \Rightarrow x = 90$$

Respuesta: se han repartido 90 €.

(Ejercicios 10 y 14 del apartado Problemas)

8

N.º de amigos inicial: x

$$10x = 14 \cdot (x - 2) \Rightarrow 10x = 14x - 28 \Rightarrow 28 = 4x \Rightarrow x = 7$$

Respuesta: al principio eran 7 amigos.

(Ejercicios 10 y 14 del apartado Problemas)

9

Lado del cuadrado: x

$$2x \cdot (x - 2) = x^2 + 5 \Rightarrow 2x^2 - 4x = x^2 + 5 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 5$$

La solución -1 no es válida porque una longitud no puede ser negativa.

Respuesta: el lado vale 5 unidades.

(Ejercicios 11, 15 y 17 del apartado Problemas)

5 Sistemas de ecuaciones

5.1. Sistemas de ecuaciones lineales

(pág. 58)

1

Ecuación	Sustitución de valores	Solución (sí/no)
$3x + y = 1$	$3 \cdot 2 + (-5) = 6 - 5 = 1$	Sí
$2x + 3y = 5$	$2 \cdot 2 + 3 \cdot (-5) = 4 - 15 = -11 \neq 5$	No
$x - 2y = 12$	$2 - 2 \cdot (-5) = 2 + 10 = 12$	Sí
$5x + y = 5$	$5 \cdot 2 + (-5) = 10 - 5 = 5$	Sí
$7x + y = 4$	$7 \cdot 2 + (-5) = 14 - 5 = 9 \neq 4$	No
$x + y = 3$	$2 + (-5) = 2 - 5 = -3 \neq 3$	No
$x - 4y = 1$	$2 - 4 \cdot (-5) = 2 + 20 = 22 \neq 1$	No

2

x	Sustitución	Resolución de la ecuación	y
-1	$4 \cdot (-1) + 3y = 8$	$-4 + 3y = 8 \Rightarrow$ $\Rightarrow 3y = 12 \Rightarrow$ $\Rightarrow y = \frac{12}{3} = 4$	4
2	$4 \cdot 2 + 3y = 8$	$8 + 3y = 8 \Rightarrow$ $\Rightarrow 3y = 0 \Rightarrow y = 0$	0
-3	$4 \cdot (-3) + 3y = 8$	$-12 + 3y = 8 \Rightarrow$ $\Rightarrow 3y = 20 \Rightarrow$ $\Rightarrow y = \frac{20}{3}$	$\frac{20}{3}$
0	$4 \cdot 0 + 3y = 8$	$3y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{3}$	$\frac{8}{3}$
1	$4 \cdot 1 + 3y = 8$	$3y = 8 - 4 \Rightarrow$ $\Rightarrow y = \frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$
-2	$4 \cdot (-2) + 3y = 8$	$3y = 8 + 8 \Rightarrow$ $\Rightarrow y = \frac{16}{3}$	$\frac{16}{3}$
5	$4 \cdot 5 + 3y = 8$	$3y = 8 - 20 \Rightarrow$ $\Rightarrow y = \frac{-12}{3} = -4$	-4

3

x	y	Sustitución de valores	Solución (sí/no)
1	-3	$5 \cdot 1 - 2 \cdot (-3) = 5 + 6 = 11 \neq 9$	No
3	3	$5 \cdot 3 - 2 \cdot 3 = 15 - 6 = 9$	Sí
2	0	$5 \cdot 2 - 2 \cdot 0 = 10 - 0 = 10 \neq 9$	No
-3	-12	$5 \cdot (-3) - 2 \cdot (-12) = 9$	Sí
-3	12	$5 \cdot (-3) - 2 \cdot 12 = -39 \neq 9$	No
0	0	$0 - 0 \neq 9$	No
5	8	$5 \cdot 5 - 2 \cdot 8 = 25 - 16 = 9$	Sí

4

Sistema	x	y	Sustitución	Solución (sí/no)
$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$	2	-1	$2 \cdot 2 - (-1) = 5$ $2 + 2 \cdot (-1) = 2 - 2 = 0$	Sí
$\begin{cases} -x + y = -1 \\ x + y = 2 \end{cases}$	0	-1	$-0 + (-1) = -1$ $0 + (-1) = -1 \neq 2$	No
$\begin{cases} 4x - y = 9 \\ x + 3y = -14 \end{cases}$	1	-5	$4 \cdot 1 - (-5) = 4 + 5 = 9$ $1 + 3 \cdot (-5) = 1 - 15 = -14$	Sí
$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$	4	1	$4 - 2 \cdot 1 = 4 - 2 = 2$ $4 + 2 \cdot 1 = 4 + 2 = 6$	Sí
$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - 5y = 2 \end{cases}$	1	-2	$3 \cdot 1 + (-2) = 3 - 2 = 1$ $1 - 5 \cdot (-2) = 1 + 10 = 11 \neq 2$	No
$\begin{cases} 2x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$	1	0	$2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 = 2$ $2 \cdot 1 - 4 \cdot 0 = 2$	Sí
$\begin{cases} 2x = 8 \\ -3y = 9 \end{cases}$	4	-3	$2 \cdot 4 = 8$ $-3 \cdot (-3) = 9$	Sí
$\begin{cases} 7x = 14 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$	1	1	$7 \cdot 1 = 7 \neq 14$ $1 - 3 \cdot 1 = -2$	No

5.2. Métodos de resolución (pág. 60)

5

$$a) \begin{cases} 4x - y = 9 \\ x + 3y = -14 \end{cases}$$

$$y = 4x - 9$$

$$x + 3 \cdot (4x - 9) = -14 \Rightarrow x + 12x - 27 = -14 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 13x = 13 \Rightarrow x = 1$$

$$y = 4x - 9 = 4 \cdot 1 - 9 = -5$$

$$(1, -5)$$

$$b) \begin{cases} 3x - 5y = 8 \\ x + 3y = -2 \end{cases}$$

$$x = -2 - 3y$$

$$3 \cdot (-2 - 3y) - 5y = 8 \Rightarrow -6 - 9y - 5y = 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -14y = 14 \Rightarrow y = -1$$

$$x = -2 - 3y = -2 - 3 \cdot (-1) = -2 + 3 = 1$$

$$(1, -1)$$

$$c) \begin{cases} 2x - 4y = -3 \\ 2x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$2x = 5 + 2y \Rightarrow x = \frac{5 + 2y}{2}$$

$$2 \cdot \frac{5 + 2y}{2} - 4y = -3 \Rightarrow 5 + 2y - 4y = -3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2y = -8 \Rightarrow y = 4$$

$$x = \frac{5 + 2y}{2} = \frac{5 + 2 \cdot 4}{2} = \frac{13}{2}$$

$$\left(\frac{13}{2}, 4\right)$$

$$d) \begin{cases} x - 4y = 9 \\ 3x + 7y = -30 \end{cases}$$

$$x = 9 + 4y$$

$$3 \cdot (9 + 4y) + 7y = -30 \Rightarrow 27 + 12y + 7y = -30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19y = -57 \Rightarrow y = -3$$

$$x = 9 + 4y = 9 + 4 \cdot (-3) \Rightarrow x = 9 - 12 \Rightarrow x = -3$$

$$(-3, -3)$$

6

$$a) \begin{cases} 2x - 3y = -6 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

$$x = \frac{-6 + 3y}{2}; x = 7 - y$$

$$\frac{-6 + 3y}{2} = 7 - y \Rightarrow -6 + 3y = 14 - 2y \Rightarrow 5y = 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 4$$

$$x = 7 - y \Rightarrow x = 7 - 4 = 3$$

$$(3, 4)$$

$$b) \begin{cases} 8x - 20y = 7 \\ 12x + 4y = 19 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{7 + 20y}{8}; x = \frac{19 - 4y}{12}$$

$$\frac{7 + 20y}{8} = \frac{19 - 4y}{12} \Rightarrow 12 \cdot (7 + 20y) = 8 \cdot (19 - 4y) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 84 + 240y = 152 - 32y \Rightarrow 272y = 68 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{19 - 4y}{12} = \frac{19 - 4 \cdot \frac{1}{4}}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$$

$$c) \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow y = 2x; y = 3 - x$$

$$2x = 3 - x \Rightarrow 2x + x = 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$y = 2x = 2 \cdot 1 = 2$$

$$(1, 2)$$

$$d) \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow y = x; y = 2 - x$$

$$x = 2 - x \Rightarrow x + x = 2 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$y = x = 1$$

$$(1, 1)$$

$$e) \begin{cases} 7x + 3y = -5 \\ -2x + 3y = 13 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{-5 - 7x}{3}; y = \frac{13 + 2x}{3}$$

$$\frac{-5 - 7x}{3} = \frac{13 + 2x}{3} \Rightarrow -5 - 7x = 13 + 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -9x = 18 \Rightarrow x = -2$$

$$y = \frac{13 + 2x}{3} = \frac{13 + 2 \cdot (-2)}{3} = \frac{13 - 4}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$(-2, 3)$$

$$f) \begin{cases} x + 5y = -10 \\ x - 3y = 6 \end{cases} \Rightarrow x = -10 - 5y; x = 6 + 3y$$

$$-10 - 5y = 6 + 3y \Rightarrow -8y = 16 \Rightarrow y = -2$$

$$x = 6 + 3y = 6 + 3 \cdot (-2) = 6 - 6 = 0$$

$$(0, -2)$$

$$g) \begin{cases} 36x - 15y = 8 \\ 18x + 12y = 17 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{8 + 15y}{36}; x = \frac{17 - 12y}{18}$$

$$\frac{8 + 15y}{36} = \frac{17 - 12y}{18} \Rightarrow 8 + 15y = 2 \cdot (17 - 12y) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8 + 15y = 34 - 24y \Rightarrow 39y = 26 \Rightarrow y = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{8 + 15y}{36} = \frac{8 + 15 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)}{36} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$$

$$h) \begin{cases} 3x - 15y = 0 \\ x + 7y = 12 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{15y}{3} = 5y; x = 12 - 7y$$

$$5y = 12 - 7y \Rightarrow y = 1$$

$$x = 5y \Rightarrow x = 5 \cdot 1 \Rightarrow x = 5$$

$$(5, 1)$$

7

$$a) \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 5 \\ + x - y = 3 \\ \hline 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \end{array}$$

$$x + y = 5 \Rightarrow 4 + y = 5 \Rightarrow y = 1$$

$$(4, 1)$$

$$b) \begin{cases} 5x + y = 9 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -10x - 2y = -18 \\ + 3x + 2y = 11 \\ \hline -7x = -7 \Rightarrow x = 1 \end{array}$$

$$5x + y = 9 \Rightarrow 5 \cdot 1 + y = 9 \Rightarrow y = 9 - 5 = 4$$

$$(1, 4)$$

$$c) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -6x - 9y = -24 \\ + 6x + 4y = 14 \\ \hline -5y = -10 \Rightarrow y = 2 \end{array}$$

$$2x + 3y = 8 \Rightarrow 2x + 3 \cdot 2 = 8 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$(1, 2)$$

$$d) \begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ -2x - 3y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 6x + 10y = 8 \\ + -6x - 9y = -6 \\ \hline y = 2 \end{array}$$

$$3x + 5y = 4 \Rightarrow 3x + 5 \cdot 2 = 4 \Rightarrow x = -2$$

$$(-2, 2)$$

$$e) \begin{cases} -3x + 10y = 21 \\ 15x - 6y = -17 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -15x + 50y = 105 \\ + 15x - 6y = -17 \\ \hline 44y = 88 \Rightarrow y = 2 \end{array}$$

$$-3x + 10y = 21 \Rightarrow -3x + 10 \cdot 2 = 21 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3x = 21 - 20 \Rightarrow -3x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$\left(-\frac{1}{3}, 2\right)$$

$$f) \begin{cases} 7x + 2y = -1 \\ 3x - 5y = -18 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -21x - 6y = 3 \\ + 21x - 35y = -126 \\ \hline -41y = -123 \Rightarrow y = 3 \end{array}$$

$$7x + 2y = -1 \Rightarrow 7x + 2 \cdot 3 = -1 \Rightarrow x = -1$$

$$(-1, 3)$$

8

$$a) \begin{cases} 3 \cdot (x + y) - 2 \cdot (x - y) = -26 \\ 5 \cdot (x + y) - 3y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 3y - 2x + 2y = -26 \\ 5x + 5y - 3y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -26 - 5y \\ x = \frac{8 - 2y}{5} \end{cases}$$

$$-26 - 5y = \frac{8 - 2y}{5} \Rightarrow -130 - 25y = 8 - 2y$$

$$= 8 - 2y \Rightarrow -23y = 138 \Rightarrow y = \frac{138}{-23} = -6$$

$$x = -26 - 5y = -26 - 5 \cdot (-6) = -26 + 30 = 4$$

$$(4, -6)$$

$$b) \begin{cases} 3 \cdot (x - 2) - 2 \cdot (y - 1) = -11 \\ 3 - x = 2 \cdot (y + 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 6 - 2y + 2 = -11 \\ 3 - x = 2y + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = -7 \\ -3x - 6y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3x - 2y = -7 \\ + -3x - 6y = 3 \\ \hline -8y = -4 \Rightarrow y = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2} \end{array}$$

$$3 - x = 2y + 4 \Rightarrow 3 - x = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x = 1 + 4 - 3 \Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2$$

$$\left(-2, \frac{1}{2}\right)$$

$$c) \begin{cases} 7 \cdot (x - 2) + 16 = -2 \cdot (y - 1) \\ 4x + 3 \cdot (y + 2) = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x + 2y = 14 - 16 + 2 \\ 4x + 3y = 13 - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2y}{7} \\ x = \frac{7 - 3y}{4} \end{cases}$$

$$-\frac{2y}{7} = \frac{7 - 3y}{4} \Rightarrow -8y = 49 - 21y \Rightarrow y = \frac{49}{13}$$

$$x = -\frac{2y}{7} = \frac{-2 \cdot \left(\frac{49}{13}\right)}{7} = \frac{-2 \cdot 49}{13 \cdot 7} = \frac{-2 \cdot 7}{13} = -\frac{14}{13}$$

$$\left(-\frac{14}{13}, \frac{49}{13}\right)$$

$$d) \begin{cases} (6x-2) - 4 = y \\ 8x - 12 \cdot (-y-7) = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 2 - 4 = y \\ 8x + 12y + 84 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - y = 6 \\ 8x + 12y = -72 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 6x - 6 \\ 8x + 12y = -72 \end{cases}$$

$$8x + 12 \cdot (6x - 6) = -72 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8x + 72x - 72 = -72 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 80x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$y = 6x - 6 = 6 \cdot 0 - 6 = -6$$

$$(0, -6)$$

$$e) \begin{cases} \frac{x+y}{3} - \frac{x}{3} = 2 \\ 4x + y = 6 \end{cases}$$

$$x + y - x = 6 \Rightarrow y = 6$$

$$4x + y = 6 \Rightarrow 4x + 6 = 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$(0, 6)$$

$$f) \begin{cases} \frac{x+y}{3} + \frac{x-y}{5} = 2 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 5y + 3x - 3y = 30 \\ 2x + y = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x + 2y = 30 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 8x + 2y = 30 \\ + -4x - 2y = -22 \\ \hline 4x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{4} = 2 \end{array}$$

$$2x + y = 11 \Rightarrow 2 \cdot 2 + y = 11 \Rightarrow y = 7$$

$$(2, 7)$$

$$g) \begin{cases} \frac{x+2}{5} = \frac{4y-25}{12} \\ \frac{2x}{5} - \frac{y+2}{3} = -\frac{9}{20} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x + 24 = 20y - 125 \\ 24x - 20y - 40 = -27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x - 20y = -149 \\ 24x - 20y = 13 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 12x - 20y = -149 \\ + -24x + 20y = -13 \\ \hline -12x = -162 \Rightarrow x = \frac{-162}{-12} = \frac{81}{6} = \frac{27}{2} \end{array}$$

$$24x - 20y = 13 \Rightarrow 24 \cdot \frac{27}{2} - 20y = 13 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12 \cdot 27 - 13 = 20y \Rightarrow y = \frac{311}{20}$$

$$\left(\frac{27}{2}, \frac{311}{20} \right)$$

$$h) \begin{cases} \frac{7x+1}{4} - 3y + 6 = 12 \\ \frac{7x+1}{3} + 2y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{7x+1}{4} = 12 + 3y - 6 \\ \frac{7x+1}{3} = 14 - 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x + 1 = 24 + 12y \\ 7x + 1 = 42 - 6y \end{cases}$$

$$24 + 12y = 42 - 6y \Rightarrow 18y = 18 \Rightarrow y = \frac{18}{18} = 1$$

$$7x + 1 = 24 + 12y \Rightarrow 7x + 1 = 24 + 12 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7x = 35 \Rightarrow x = \frac{35}{7} = 5$$

$$(5, 1)$$

Problemas (pág. 64)

9

$$\begin{array}{r} x + y = 35 \\ + x - y = 7 \\ \hline 2x = 42 \Rightarrow x = 21 \end{array}$$

$$x + y = 35 \Rightarrow y = 35 - 21 = 14$$

Respuesta: los números son el 21 y el 14.

10

N.º de bicicletas: x

N.º de triciclos: y

$$\begin{cases} x + y = 22 \\ 2x + 3y = 51 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -44 \\ \underline{2x + 3y = 51} \\ y = 7 \end{cases}$$

$$x + y = 22 \Rightarrow x + 7 = 22 \Rightarrow x = 15$$

Respuesta: hay 15 bicicletas y 7 triciclos.

11

N.º de bocadillos: x

N.º de refrescos: y

$$\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ 2x + 3y = 8,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6x - 8y = -24 \\ \underline{2x + 3y = 8,5} \\ -6x - 8y = -24 \\ + \quad 6x + 9y = 25,5 \\ \hline y = 1,5 \end{cases}$$

$$2x + 3y = 8,5 \Rightarrow 2x + 3 \cdot 1,5 = 8,5 \Rightarrow 2x = 8,5 - 4,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$$

Respuesta: el bocadillo cuesta 2 €, y el refresco, 1,50 €.

12Edad actual de Chema: x Edad actual de Laura: y

$$\begin{cases} x + \frac{y}{3} = 44 \\ x + 2 = 3 \cdot (y + 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + y = 132 \\ x - 3y = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x + y = 132 \\ -3x + 9y = -12 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3x + y = 132 \\ + -3x + 9y = -12 \\ \hline 10y = 120 \Rightarrow y = 12 \end{array}$$

$$x - 3y = 4 \Rightarrow x - 3 \cdot 12 = 4 \Rightarrow x = 4 + 36 = 40$$

Respuesta: Chema tiene 40 años y su hija Laura, 12 años.

13N.º de entradas normales: x N.º de entradas rebajadas: y

$$\begin{cases} 7x + 2y = 48,59 \\ 4x + 6y = 49,72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{48,59 - 2y}{7} \\ x = \frac{49,72 - 6y}{4} \end{cases}$$

$$\frac{48,59 - 2y}{7} = \frac{49,72 - 6y}{4} \Rightarrow 4 \cdot (48,59 - 2y) =$$

$$= 7 \cdot (49,72 - 6y) \Rightarrow 194,36 - 8y = 348,04 - 42y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 34y = 153,68 \Rightarrow y = \frac{153,68}{34} = 4,52$$

$$7x + 2y = 48,59 \Rightarrow x = \frac{48,59 - 2 \cdot 4,52}{7} \Rightarrow x = 5,65$$

Respuesta: la entrada normal cuesta 5,65 €, y la de precio rebajado 4,52 €.

14Numerador: x Denominador: y

$$\begin{cases} \frac{x+2}{y+2} = \frac{3}{5} \\ \frac{x-3}{y-3} = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 10 = 3y + 6 \\ 5x - 15 = 2y - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -4 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 5x - 3y = -4 \\ + -5x + 2y = -9 \\ \hline -y = -13 \Rightarrow y = 13 \end{array}$$

$$5x - 3y = -4 \Rightarrow 5x - 3 \cdot 13 = -4 \Rightarrow 5x = 35 \Rightarrow x = 7$$

Respuesta: la fracción de partida es $\frac{7}{13}$.**15**Precio pantalones: x Precio camisetas: y

Una rebaja del 15 % quiere decir que hay que pagar el 85 % de la cantidad, y una del 20 %, que hay que abonar un 80 %.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 216 \\ 2 \cdot \frac{85}{100}x + 3 \cdot \frac{80}{100}y = 178,20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{216 - 3y}{2} \\ 2 \cdot \frac{85}{100}x + 3 \cdot \frac{80}{100}y = 178,20 \end{cases}$$

$$2 \cdot \frac{85}{100} \cdot \frac{216 - 3y}{2} + 3 \cdot \frac{80}{100}y = 178,20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18360 - 255y + 240y = 17820 \Rightarrow -15y = -540 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 36$$

$$x = \frac{216 - 3y}{2} \Rightarrow x = \frac{216 - 108}{2} = 54$$

Respuesta: el precio de los pantalones es 54 €, y el de las camisetas, 36 €.

16Dinero que tiene Antonio: x Dinero que tiene Juan: y

$$\begin{cases} x - 0,65 = y + 0,65 \\ 2 \cdot (y - 0,70) = x + 0,70 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 1,30 \\ 2 \cdot (y - 0,70) = x + 0,70 \end{cases}$$

$$2y - 1,40 = y + 1,30 + 0,70 \Rightarrow 2y - y = 2 + 1,40 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 3,40$$

$$x = y + 1,30 \Rightarrow x = 3,40 + 1,30 = 4,70$$

Respuesta: Antonio tiene 4,70 € y Juan, 3,40 €.

Evaluación (pág. 66)

Repasa las actividades en las que hayas fallado, haciendo los ejercicios señalados después de cada respuesta.

1**a)** (0, 8)

$$7 \cdot (0 - 2) + 2 \cdot (8 - 1) = 7 \cdot (-2) + 2 \cdot 7 = -14 + 14 = 0. \text{ Sí es solución.}$$

b) (-2, 1)

$$7 \cdot (-2 - 2) + 2 \cdot (1 - 1) = 7 \cdot (-4) = -28 \neq 0. \text{ No es solución.}$$

c) (2, 0)

$$7 \cdot (2 - 2) + 2 \cdot (0 - 1) = 7 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) = -2 \neq 0. \text{ No es solución.}$$

d) $(-1, -3, 5)$

$$7 \cdot (-1 - 2) + 2 \cdot (-3, 5 - 1) = 7 \cdot (-3) + 2 \cdot (-4, 5) = -21 - 9 = -30 \neq 0. \text{ No es solución.}$$

e) $(-3, 2)$

$$7 \cdot (-3 - 2) + 2 \cdot (2 - 1) = 7 \cdot (-5) + 2 \cdot 1 = -35 + 2 = -33 \neq 0. \text{ No es solución.}$$

f) $(1, 2)$

$$7 \cdot (1 - 2) + 2 \cdot (2 - 1) = 7 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 = -7 + 2 = -5 \neq 0. \text{ No es solución.}$$

(Ejercicios 1, 2 y 4 del apartado 5.1)

2

a) $\begin{cases} 2x - 9y = -3 \\ 5x + y = 16 \end{cases}$

$$y = 16 - 5x$$

$$2x - 9 \cdot (16 - 5x) = -3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2x - 144 + 45x = -3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 47x = 141 \Rightarrow x = 3$$

$$y = 16 - 5x \Rightarrow y = 16 - 5 \cdot 3 = 16 - 15 = 1$$

$(3, 1)$

b) $\begin{cases} 8x - 24y = 32 \\ 3x - 15y = -36 \end{cases}$

$$x = \frac{32 + 24y}{8}$$

$$x = \frac{-36 + 15y}{3}$$

$$\frac{32 + 24y}{8} = \frac{-36 + 15y}{3} \Rightarrow 3 \cdot (32 + 24y) =$$

$$= 8 \cdot (-36 + 15y) \Rightarrow \\ \Rightarrow 96 + 72y = -288 + 120y \Rightarrow$$

$$-48y = -384 \Rightarrow y = \frac{-384}{-48} = 8$$

$$\Rightarrow x = \frac{32 + 24y}{8} \Rightarrow x = \frac{32 + 24 \cdot 8}{8} = 28$$

$(28, 8)$

c) $\begin{cases} 4x + 5y = 8 \\ 3x + 7y = 19 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} -12x - 15y = -24 \\ + 12x + 28y = 76 \\ \hline 13y = 52 \Rightarrow y = 4 \end{array}$$

$$4x + 5y = 8 \Rightarrow 4x + 5 \cdot 4 = 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x = 8 - 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x = -12 \Rightarrow x = -3$$

$(-3, 4)$

(Ejercicios 5-8 del apartado 5.2)

3

a) $\begin{cases} \frac{x-1}{5} = \frac{2y-3}{4} \\ \frac{2 \cdot (2x-3)}{5} - \frac{2 \cdot (y-1)}{3} = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} 4x - 4 = 10y - 15 \\ 12x - 18 - 10y + 10 = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 10y = -11 \\ 12x - 10y = 23 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 4x - 10y = -11 \\ + -12x + 10y = -23 \\ \hline -8x = -34 \Rightarrow x = \frac{17}{4} \end{array}$$

$$4x - 10y = -11 \Rightarrow 4 \cdot \frac{17}{4} - 10y = -11 \Rightarrow y = \frac{14}{5}$$

$\left(\frac{17}{4}, \frac{14}{5}\right)$

b) $\begin{cases} \frac{2x+y}{3} - \frac{x-2y}{5} = \frac{5}{3} \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

$$y = 3x - 5$$

$$\frac{2x + (3x - 5)}{3} - \frac{x - 2 \cdot (3x - 5)}{5} = \frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25x - 25 - 3x + 18x - 30 = 25 \Rightarrow 43x - 3x = \\ = 25 + 25 + 30 \Rightarrow 40x = 80 \Rightarrow x = \frac{80}{40} = 2$$

$$y = 3x - 5 \Rightarrow y = 3 \cdot 2 - 5 = 1$$

$(2, 1)$

c) $\begin{cases} \frac{1}{3} - 2 \cdot (3x - 1) = \frac{y}{6} \\ 7x - 3y = 3 \end{cases}$

$$7x = 3y + 3 \Rightarrow y = \frac{7x - 3}{3} \Rightarrow y = \frac{7x}{3} - 1$$

$$\frac{1}{3} - 2 \cdot (3x - 1) = \frac{\frac{7x}{3} - 1}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} - 2 \cdot (3x - 1) =$$

$$= \frac{7x}{18} - \frac{1}{6} \Rightarrow 6 - 36 \cdot (3x - 1) = 7x - 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 - 108x + 36 = 7x - 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -115x = -45 \Rightarrow x = \frac{9}{23}$$

$$y = \frac{7x}{3} - 1 \Rightarrow y = \frac{7 \cdot \frac{9}{23}}{3} - 1 \Rightarrow y = -\frac{2}{23}$$

$\left(\frac{9}{23}, -\frac{2}{23}\right)$

$$d) \begin{cases} 4 \cdot (x - y) - 3 \cdot (2x + y) = -17 \\ 3 \cdot (x + 2y) - 2 \cdot (x - 4y) = 40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 4y - 6x - 3y = -17 \\ 3x + 6y - 2x + 8y = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 7y = -17 \\ 2x + 28y = 80 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r} -2x - 7y = -17 \\ + \quad 2x + 28y = 80 \\ \hline 21y = 63 \Rightarrow y = \frac{63}{21} = 3 \end{array}$$

$$x + 14y = 40 \Rightarrow x = 40 - 14 \cdot 3 \Rightarrow x = -2$$

(-2, 3)

(Ejercicios 5-8 del apartado 5.2)

4

N.º de tortugas: x

N.º de halcones: y

$$\begin{cases} x + y = 26 \\ 4x + 2y = 82 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 26 - y \\ 4x + 2y = 82 \end{cases}$$

$$4 \cdot (26 - y) + 2y = 82 \Rightarrow 104 - 4y + 2y = 82 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2y = 82 - 104 \Rightarrow y = 11$$

$$x = 26 - y \Rightarrow x = 26 - 11 \Rightarrow x = 15$$

Respuesta: el centro acoge a 15 tortugas y 11 halcones.

(Ejercicios 9-16 del apartado Problemas)

5

N.º de billetes de 10 €: x; n.º de billetes de 5 €: y

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 10x + 5y = 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 11 - y \\ 10x + 5y = 75 \end{cases}$$

$$10 \cdot (11 - y) + 5y = 75 \Rightarrow 110 - 10y + 5y = 75 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5y = 75 - 110 \Rightarrow y = \frac{-35}{-5} = 7$$

$$x = 11 - y \Rightarrow x = 11 - 7 = 4$$

Respuesta: hay 4 billetes de 10 € y 7 billetes de 5 €.

(Ejercicios 9-16 del apartado Problemas)

6 Sucesiones numéricas

6.1. Sucesiones de números reales. Término general (pág. 68)

1

a) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16

b) 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24

c) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64

d) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{11}{12}, \frac{13}{14}, \frac{15}{16}$

2

a) $a_1 = 7, a_2 = 9, a_3 = 11, a_4 = 13$

b) $a_1 = 1, a_2 = -1, a_3 = -3, a_4 = -5$

c) $a_1 = 1, a_2 = \frac{5}{4}, a_3 = \frac{7}{5}, a_4 = \frac{9}{6}$

d) $a_1 = 2, a_2 = 5, a_3 = 10, a_4 = 17$

3

La respuesta está en la tabla de la parte inferior de la página.

4

a) $a_n = 5n$ d) $a_n = n^2 + 3$ g) $a_n = 2^n$

b) $a_n = 5n + 2$ e) $a_n = \frac{1}{n}$ h) $a_n = \frac{3n + 1}{n + 1}$

c) $a_n = n^2$ f) $a_n = \frac{7}{2n}$

5

a) $a_3 = 3, a_4 = 5, a_5 = 8$

b) $a_2 = -8, a_3 = -17, a_4 = -44, a_5 = -125$

c) $a_3 = 2, a_4 = 16, a_5 = 38$

d) $a_2 = \frac{1}{2}, a_3 = 2, a_4 = \frac{1}{2}, a_5 = 2$

Término general	Valor	Ecuación	Posición
$a_n = 3n + 5$	26	$3n + 5 = 26 \Rightarrow 3n = 21 \Rightarrow n = 7$	7
$a_n = 3n + 5$	21	$3n + 5 = 21 \Rightarrow 3n = 16 \Rightarrow n = \frac{16}{3}$	No es término de la sucesión.
$a_n = \frac{2n + 4}{n - 4}$	6	$\frac{2n + 4}{n - 4} = 6 \Rightarrow n = 7$	7
$a_n = n^2 + 4n - 7$	38	$n^2 + 4n - 7 = 38 \Rightarrow n = 5$	5
$a_n = \frac{2n^2 + 1}{3n^2 + 2}$	$\frac{33}{50}$	$\frac{2n^2 + 1}{3n^2 + 2} = \frac{33}{50} \Rightarrow n = 4$	4

6.2. Progresiones aritméticas (pág. 70)

6

$$\left. \begin{array}{l} a) \ 2 - 1 = 1 \\ \quad 3 - 2 = 1 \\ \quad 4 - 3 = 1 \\ \quad 5 - 4 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow d = 1$$

$$a_n = 1 + (n - 1) \cdot 1 = n$$

$$\left. \begin{array}{l} b) \ 18 - 13 = 5 \\ \quad 23 - 18 = 5 \\ \quad 28 - 23 = 5 \\ \quad 33 - 28 = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow d = 5$$

$$a_n = 13 + (n - 1) \cdot 5 = 5n + 8$$

$$\left. \begin{array}{l} c) \ 2 - 6 = -4 \\ \quad -2 - 2 = -4 \\ \quad -6 - (-2) = -4 \\ \quad -10 - (-6) = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow d = -4$$

$$a_n = 6 + (n - 1) \cdot (-4) = -4n + 10$$

d) $4 - 1 = 3$

$8 - 4 = 4$

No es una progresión aritmética.

$$e) \ \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{12}$$

No es una progresión aritmética.

$$\left. \begin{array}{l} f) \ -5 - (-12) = 7 \\ \quad 2 - (-5) = 7 \\ \quad 9 - 2 = 7 \\ \quad 16 - 9 = 7 \end{array} \right\} \Rightarrow d = 7$$

$$a_n = -12 + (n - 1) \cdot 7 = 7n - 19$$

7

a_1	d	$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$
5	6	$a_n = 5 + (n - 1) \cdot 6 = 6n - 1$
3	-2	$a_n = 3 + (n - 1) \cdot (-2) = -2n + 5$
-7	3	$a_n = -7 + (n - 1) \cdot 3 = 3n - 10$
$\frac{1}{2}$	2	$a_n = \frac{1}{2} + (n - 1) \cdot 2 = 2n - \frac{3}{2}$
2	$\frac{1}{2}$	$a_n = 2 + (n - 1) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$

8

a) $a_6 = a_1 + 5d \Rightarrow 28 = 3 + 5d \Rightarrow d = 5$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 3 + (n - 1) \cdot 5 = 5n - 2$$

$$a_{10} = 5 \cdot 10 - 2 = 50 - 2 = 48$$

b) $a_3 = a_1 + 2d \Rightarrow 8 = a_1 + 2 \cdot 3 \Rightarrow a_1 = 2$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 2 + (n - 1) \cdot 3 = 3n - 1$$

$$a_5 = 15 - 1 = 14$$

c) $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 4 + (n - 1) \cdot (-3) = -3n + 7$

$$a_7 = -3 \cdot 7 + 7 = -14$$

d) $a_5 = a_3 + 2d \Rightarrow 26 = 14 + 2d \Rightarrow 2d = 12 \Rightarrow d = 6$

$$a_3 = a_1 + 2d \Rightarrow 14 = a_1 + 12 \Rightarrow a_1 = 2$$

$$a_n = 2 + (n - 1) \cdot d = 2 + (n - 1) \cdot 6 = 6n - 4$$

e) $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 8 + (n - 1) \cdot 7 = 7n + 1$

$$71 = 7n + 1 \Rightarrow 7n = 70 \Rightarrow n = 10$$

f) $a_2 = a_1 + d \Rightarrow -3 = a_1 + 5 \Rightarrow a_1 = -8$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = -8 + (n - 1) \cdot 5 = 5n - 13$$

$$42 = 5n - 13 \Rightarrow 5n = 55 \Rightarrow n = 11$$

9

La respuesta está en la tabla de la parte inferior de la página.

Sucesión	n	a_1	a_n	S_n
$a_n = 2n + 3$	7	$2 \cdot 1 + 3 = 2 + 3 = 5$	$a_7 = 2 \cdot 7 + 3 = 17$	$S_7 = \frac{7 \cdot (5 + 17)}{2} = 77$
$a_n = 3n + 4$	8	$3 \cdot 1 + 4 = 7$	$a_8 = 3 \cdot 8 + 4 = 28$	$S_8 = 8 \cdot \frac{7 + 28}{2} = 140$
$a_n = 2n - 3$	6	$2 \cdot 1 - 3 = -1$	$a_6 = 2 \cdot 6 - 3 = 9$	$S_6 = 6 \cdot \frac{-1 + 9}{2} = 24$
$a_n = 5n + 1$	10	$5 \cdot 1 + 1 = 6$	$a_{10} = 5 \cdot 10 + 1 = 51$	$S_{10} = 10 \cdot \frac{6 + 51}{2} = 285$
$a_n = 8n$	7	$8 \cdot 1 = 8$	$a_7 = 8 \cdot 7 = 56$	$S_7 = 7 \cdot \frac{8 + 56}{2} = 224$

10

$$a_1 = 8$$

$$d = \frac{1}{2}$$

$$a_n = 8 + (n-1) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}n + \frac{15}{2}$$

$$a_{10} = \frac{1}{2} \cdot 10 + \frac{15}{2} = \frac{25}{2}$$

$$S_{10} = 10 \cdot \frac{8 + \frac{25}{2}}{2} = \frac{205}{2}$$

11

$$a_4 = 24, a_7 = 52, a_7 = a_4 + 3d \Rightarrow 52 = 24 + 3d \Rightarrow$$

$$3d = 28 \Rightarrow d = \frac{28}{3}$$

$$a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow 24 = a_1 + 3 \cdot \frac{28}{3} = a_1 + 28 \Rightarrow a_1 = -4$$

$$a_n = -4 + (n-1) \cdot \frac{28}{3}$$

$$a_9 = -4 + 8 \cdot \frac{28}{3} = \frac{212}{3}$$

$$S_9 = 9 \cdot \frac{-4 + \frac{212}{3}}{2} = 300$$

12

$$a_1 = 2; S_5 = 90$$

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} \Rightarrow 90 = 5 \cdot \frac{2 + a_5}{2} \Rightarrow 180 = 10 + 5a_5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_5 = 34$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \Rightarrow 34 = 2 + 4d \Rightarrow 4d = 32 \Rightarrow d = 8$$

6.3. Progresiones geométricas (pág. 72)

13

$$a) \frac{3}{1} = 3; \frac{9}{3} = 3; \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

No es una progresión geométrica.

$$b) \left. \begin{array}{l} \frac{8}{4} = 2 \\ \frac{16}{8} = 2 \\ \frac{32}{16} = 2 \\ \frac{64}{32} = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow r = 2$$

$$a_n = 4 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+1}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} : 1 = \frac{2}{3} \\ \frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \\ \frac{8}{27} : \frac{4}{9} = \frac{2}{3} \\ \frac{16}{81} : \frac{8}{27} = \frac{2}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$
$$a_n = 1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$d) \frac{2}{1} = 2; \frac{6}{2} = 3. \text{ No es una progresión geométrica.}$$

$$e) \left. \begin{array}{l} \frac{3}{-1} = -3 \\ \frac{-9}{3} = -3 \\ \frac{27}{-9} = -3 \\ \frac{-81}{27} = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow r = -3$$
$$a_n = (-1) \cdot (-3)^{n-1} = -(-3)^{n-1}$$

$$f) \left. \begin{array}{l} \frac{21}{2} : 7 = \frac{3}{2} \\ \frac{63}{4} : \frac{21}{2} = \frac{3}{2} \\ \frac{189}{8} : \frac{63}{4} = \frac{3}{2} \\ \frac{567}{16} : \frac{189}{8} = \frac{3}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow r = \frac{3}{2}$$
$$a_n = 7 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

14

$$a) a_4 = a_1 \cdot r^3 \Rightarrow 16 = 2 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$a_n = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$$

$$b) a_6 = a_4 \cdot r^2 \Rightarrow \frac{1}{81} = \frac{1}{9} \cdot r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow r = \pm \frac{1}{3}$$

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 3^{-n+2}$$

$$a_n = -3 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^{n-1} = (-1)^n \cdot 3^{-n+2}$$

$$c) a_2 = a_1 \cdot r \Rightarrow \frac{1}{9} = a_1 \cdot 3 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{27}$$

$$a_n = \frac{1}{27} \cdot 3^{n-1} = 3^{n-4}$$

$$a_6 = 3^2 = 9$$

$$d) a_3 = a_1 \cdot r^2 \Rightarrow \frac{27}{25} = a_1 \cdot \frac{9}{25} \Rightarrow a_1 = 3$$

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{n-1} = 3^n \cdot 5^{-n+1}$$

$$e) a_{15} = a_{10} \cdot r^5 \Rightarrow 512 = 16 \cdot r^5 \Rightarrow r^5 = 32 = 2^5 \Rightarrow r = 2$$

$$a_{10} = a_1 \cdot r^9 \Rightarrow 16 = a_1 \cdot 2^9 \Rightarrow a_1 = 2^{-5} = \frac{1}{32}$$

$$f) a_7 = a_1 \cdot r^6 \Rightarrow 1 = a_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 \Rightarrow a_1 = 2^6 = 64$$

15

La respuesta está en la tabla de la parte inferior de la página.

16

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 \Rightarrow 12 = a_1 \cdot 2^2 \Rightarrow a_1 = 3$$

$$a_{10} = a_1 \cdot r^9 = 3 \cdot 2^9 \Rightarrow S_{10} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2^9 - 3}{2 - 1} = 3\ 069$$

17

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r} = \frac{8}{1-\frac{1}{2}} = 16$$

18

$$S_7 = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r-1} = \frac{a_1 \cdot r^{n-1} \cdot r - a_1}{r-1} = \frac{a_1 \cdot r^n - a_1}{r-1}$$

$$2\ 186 = \frac{a_1 \cdot 3^7 - a_1}{2} \Rightarrow a_1 \cdot (3^7 - 1) = 4\ 372 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{4\ 372}{2\ 186} = 2$$

$$a_7 = 2 \cdot 3^6 = 1\ 458$$

Problemas (pág. 74)

19

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{3 \cdot 1}{2} = \frac{3}{2} \text{ cm}^2 \\ S_2 &= \frac{3 \cdot 2}{2} = 3 \text{ cm}^2 \\ S_3 &= \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2} \text{ cm}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{3}{2}, \frac{6}{2}, \frac{9}{2}, \frac{12}{2}, \dots$$

Respuesta: forman una progresión aritmética cuyo primer término es $\frac{3}{2}$ y cuya diferencia es $\frac{3}{2}$.

20

Es una progresión aritmética cuya diferencia es 7 y cuyo primer término es 7.

7, 14, 21, 28, 35

$$a_n = 7n$$

$$S_{10} = 10 \cdot \frac{a_1 + a_{10}}{2} = 10 \cdot \frac{7 + 70}{2} = 385$$

21

Si toca cada hora, se trata de una progresión aritmética cuya diferencia es 1 y cuyo primer término es 1.

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, \dots \Rightarrow 2 \cdot S_{12} = 2 \cdot 12 \cdot \frac{1 + 12}{2} = 156$$

Si, además, suena a las medias horas (1 campanada), se suman $12 \cdot 2 = 24$ campanadas; es decir, $156 + 24 = 180$.

Respuesta: 156 campanadas si solo toca las horas y 180 si marca también las medias horas.

Sucesión	n	a_1	r	a_n	S_n
$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$	6	2	3	$a_6 = 2 \cdot 3^5$	$S_6 = \frac{2 \cdot 3^6 - 2}{3 - 1}$
$a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$	8	5	2	$a_8 = 5 \cdot 2^7$	$S_8 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 2^7 - 5}{2 - 1} = 1\ 275$
$a_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$	5	5	$\frac{1}{2}$	$a_5 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$	$S_5 = \frac{\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 - 5}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{155}{16}$
$a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$	∞	1	$\frac{1}{3}$		$S_\infty = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$
$a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$	∞	3	$\frac{1}{2}$		$S_\infty = \frac{3}{1 - \frac{1}{2}} = 6$

22

Progresión aritmética

$$a_1 = 4, d = 2$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \Rightarrow 40 = 4 + (n-1) \cdot 2 \Rightarrow n = 19$$

$$S_{19} = 19 \cdot \frac{4+40}{2} = 418$$

Respuesta: para hacer 40 km, necesita entrenar 19 días.
En total habrá recorrido 418 km.

23

$$a_4 = a_1 + 6$$

$$S_4 = \frac{4 \cdot (a_1 + a_4)}{2} \Rightarrow 32 = \frac{4 \cdot (a_1 + a_1 + 6)}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 6 = 16 \Rightarrow 2a_1 = 10 \Rightarrow a_1 = 5$$

$$a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow a_1 + 6 = a_1 + 3d \Rightarrow d = 2$$

Respuesta: las edades de las cuatro hermanas son 5 años, 7 años, 9 años y 11 años.

24

$$a_4 = 27 \cdot a_1 \Rightarrow a_4 = a_1 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$$

$$S_n = \frac{r \cdot a_n - a_1}{r-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 360 = \frac{3 \cdot a_4 - a_1}{2} = \frac{3 \cdot 27 \cdot a_1 - a_1}{2} = \frac{80 \cdot a_1}{2} = 40a_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{360}{40} = 9$$

Respuesta: los ángulos son 9° , 27° , 81° y 243° .

25

Progresión geométrica

$$r = \frac{2}{3}$$

$$V_1 = 9^3 = 729 \text{ cm}^3$$

$$V_6 = V_1 \cdot r^5 = 729 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = 96 \text{ cm}^3$$

$$S_6 = \frac{r \cdot V_6 - V_1}{r-1} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 96 - 729}{\frac{2}{3} - 1} = 1995 \text{ cm}^3$$

Respuesta: entre todos ocupan un volumen de 1995 cm^3 .

26

$$\frac{2 \cdot (x+1)}{x+1} = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow 2 \cdot (x+1) \cdot (x-1) = (x+1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+1) \cdot [2 \cdot (x-1) - (x+1)] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+1) \cdot (x-3) = 0 \Rightarrow x = -1, x = 3$$

Si $x = -1$, no hay progresión geométrica.

Respuesta: x debe valer 3, y los términos son 2, 4 y 8.

Evaluación (pág. 76)

Repasa las actividades en las que hayas fallado, haciendo los ejercicios señalados después de cada respuesta.

1

$$a) a_1 = 10 \cdot 1 + 12 = 22, a_2 = 10 \cdot 2 + 12 = 32, \\ a_3 = 10 \cdot 3 + 12 = 42, a_4 = 10 \cdot 4 + 12 = 52$$

$$b) a_1 = (-1)^2 \cdot \frac{1+1}{1} = 2, a_2 = (-1)^3 \cdot \frac{2+1}{2} = -\frac{3}{2}, \\ a_3 = (-1)^4 \cdot \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}, a_4 = (-1)^5 \cdot \frac{4+1}{4} = -\frac{5}{4}$$

$$c) a_1 = 1^2 + 2 \cdot 1 + 1 = 4, a_2 = 2^2 + 2 \cdot 2 + 1 = 9, \\ a_3 = 3^2 + 2 \cdot 3 + 1 = 16, a_4 = 4^2 + 2 \cdot 4 + 1 = 25$$

$$d) a_1 = \frac{5 \cdot 1 + 8}{1^2 + 1} = \frac{13}{2}, a_2 = \frac{5 \cdot 2 + 8}{2^2 + 1} = \frac{18}{5}, \\ a_3 = \frac{5 \cdot 3 + 8}{3^2 + 1} = \frac{23}{10}, a_4 = \frac{5 \cdot 4 + 8}{4^2 + 1} = \frac{28}{17}$$

(Ejercicio 2 del apartado 6.1)

2

$$a) a_n = 2n + 3 \Rightarrow \text{Progresión aritmética}$$

$$b) a_n = \frac{n+5}{3} \Rightarrow \text{Progresión aritmética}$$

$$c) a_n = 2 \cdot 10^{-n+1} \Rightarrow \text{Progresión geométrica}$$

$$d) a_n = n^2 - 1$$

(Ejercicio 4 del apartado 6.1)

3

$$\frac{3n+16}{n+2} = 4 \Rightarrow 3n+16 = 4n+8 \Rightarrow n = 8$$

Si forma parte de la sucesión, y ocupa la posición 8.

(Ejercicio 3 del apartado 6.1)

4

$$a_1 = 7$$

$$a_5 = -5 \Rightarrow a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow -5 = 7 + 4d \Rightarrow d = -3$$

$$a_2 = 4, a_3 = 1, a_4 = -2$$

(Ejercicios 8-12 del apartado 6.2)

5

$$a_7 = a_3 + 4d \Rightarrow 37 = 17 + 4d \Rightarrow d = 5$$

$$a_3 = a_1 + 2d \Rightarrow 17 = a_1 + 10 \Rightarrow a_1 = 7$$

$$a_n = 7 + (n-1) \cdot 5 = 5n + 2$$

$$a_{10} = 5 \cdot 10 + 2 = 52$$

$$S_{10} = \frac{10 \cdot (a_1 + a_{10})}{2} = \frac{10 \cdot (7 + 52)}{2} = 295$$

(Ejercicios 8-12 del apartado 6.2)

6

$$a_5 = a_2 \cdot r^3 \Rightarrow \frac{5}{16} = \frac{5}{2} \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = a_1 \cdot r \Rightarrow \frac{5}{2} = a_1 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a_1 = 5$$

$$a_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$S_5 = \frac{r \cdot a_5 - a_1}{r - 1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{16} - 5}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{5}{32} - 5}{-\frac{1}{2}} = \frac{155}{16}$$

(Ejercicios 14-18 del apartado 6.3)

7Longitudes de los lados: $a_2 - d$, a_2 , $a_2 + d$

Por el teorema de Pitágoras, se cumple que:

$$(a_2 + d)^2 = (a_2 - d)^2 + a_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_2^2 + 2a_2d + d^2 = a_2^2 - 2a_2d + d^2 + a_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_2^2 - 4a_2d = 0$$

Por otro lado, la suma de los lados es 36; de este modo:

$$36 = (a_2 - d) + a_2 + (a_2 + d) \Rightarrow 36 = 3a_2 \Rightarrow a_2 = 12$$

Se sustituye el valor de a_2 en la primera ecuación:

$$12^2 - 4 \cdot 12 \cdot d = 0 \Rightarrow 144 - 48d = 0 \Rightarrow d = 3$$

$$a_2 - d = 9, a_2 = 12, a_2 + d = 15$$

Respuesta: los lados miden 9 m, 12 m y 15 m.

(Ejercicios 19-23 del apartado Problemas)

8Se trata de una progresión geométrica cuya razón es $\frac{1}{2}$.

$$a_1 = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 1024 = 512$$

$$a_n = 512 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow a_{10} = 512 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^9 = 1$$

Respuesta: el 10 de mayo se extrajo 1 L de mosto.

(Ejercicios 24-26 del apartado Problemas)

7 Teoremas de Tales y Pitágoras

7.1. Teorema de Tales (pág. 78)

1

$$\frac{x}{3} = \frac{8}{5} \Rightarrow x = \frac{24}{5}$$

$$\frac{y}{10} = \frac{3}{3+5} \Rightarrow y = \frac{15}{4}$$

2

$$\frac{BO}{2,5} = \frac{6}{4} \Rightarrow BO = \frac{15}{4}, \text{ y la distancia entre las bases es}$$

$$BA = BO - AO = \frac{15}{4} - \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

3

$$\frac{2}{3} = \frac{z}{1} = \frac{1}{t} \Rightarrow z = \frac{2}{3} \text{ y } t = \frac{3}{2}$$

$$\frac{x}{1} = \frac{1+3}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\frac{y}{1} = \frac{3+1+t}{3} \Rightarrow y = \frac{11}{6}$$

4Las rectas r y s no son paralelas pues

$$\frac{2}{1} \neq \frac{2,5+3}{3}$$

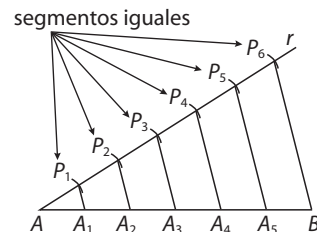
5

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 8$$

6Los términos son: a, ar, ar^2 y ar^3 , que cumplen $\frac{a}{ar} = \frac{ar^2}{ar^3}$ **7**

Sí, ya que por el teorema de Tales:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

8Unimos P_6 con B y trazamos paralelas por P_1, \dots, P_5 . Por el teorema de Tales los puntos A_1, \dots, A_5 en que estas rectas cortan a AB lo dividen en seis partes iguales.

9

Lados del segundo cuadrilátero (multiplicamos por 3 los del primero): 24, 30, 36 y 48 cm.

Perímetro del primer cuadrilátero:

$$8 + 10 + 12 + 16 = 46 \text{ cm}$$

Perímetro del segundo cuadrilátero:

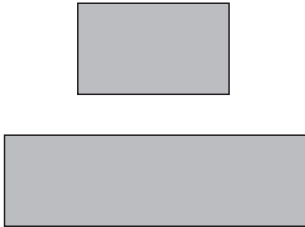
$$3 \cdot 46 = 138 \text{ cm}$$

10

a) y c) son falsas y b) y d) son verdaderas.

11

Los rectángulos de la figura tienen todos sus ángulos rectos, pero no son semejantes pues, aunque tienen la misma altura, la base de uno es doble de la del otro.

**12**

Por ser equiláteros los triángulos son semejantes y su razón de semejanza es:

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Por eso el cociente de sus áreas es $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

13

$$\text{Razón de semejanza} = \sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}$$

7.2. Teorema de Pitágoras (pág. 82)

14

a: hipotenusa	b: un cateto	e: otro cateto
13 cm	5 cm	$\sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$
$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$	3 cm	4 cm
10 cm	$\sqrt{10^2 - 2^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6} \text{ cm}$	2 cm

15

Los triángulos son semejantes pues los otros catetos

$$\text{miden } \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ y } \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$$\text{y resulta } \frac{5}{10} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}.$$

16

La hipotenusa de T_1 mide:

$$h_1 = \sqrt{6^2 + 9^2} = 3\sqrt{13} \text{ cuadrículas}$$

y la de T_2 mide:

$$h_2 = \sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13} \text{ cuadrículas}$$

Como $\frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{3\sqrt{13}}{4\sqrt{13}} = \frac{3}{4}$ ambos triángulos son semejantes y su razón de semejanza es $\frac{3}{4}$.

17

Cateto desconocido $\rightarrow x$

Hipotenusa $\rightarrow 36 + x$

Por el teorema de Pitágoras:

$$(36 + x)^2 = 72^2 + x^2 \Rightarrow 72x = 3888 \Rightarrow x = 54$$

$$\text{Área} = 72 \cdot \frac{54}{2} = 1944 \text{ cm}^2$$

18

Cateto desconocido $\rightarrow x$

Hipotenusa $\rightarrow 18 - x$

Por el teorema de Pitágoras:

$$(18 - x)^2 = 12^2 + x^2 \Rightarrow$$

$$324 - 36x + x^2 = 144 + x^2 \Rightarrow$$

$$36x = 180 \Rightarrow x = \frac{180}{36} = 5$$

Así, el cateto menor mide 5 cm y la hipotenusa $18 - 5 = 13 \text{ cm}$.

19

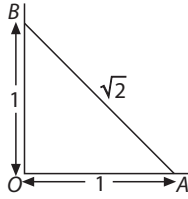
a) Como $4^2 > 3^2 + 2^2 \rightarrow$ El triángulo es obtusángulo

b) Como $5^2 = 4^2 + 3^2 \rightarrow$ El triángulo es rectángulo

c) Como $5^2 < 4^2 + 4^2 \rightarrow$ El triángulo es acutángulo

20

Basta tomar en cada eje coordenado un segmento con origen en O y de longitud 1, pues la hipotenusa del triángulo así construido mide $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

**21**

$$AB = \sqrt{1^2 + AC^2} = 1^2 + 1^2 + 1^2 = \sqrt{3}$$

22

Cateto mayor $\rightarrow n$

Cateto menor $\rightarrow n - 1$

Hipotenusa $\rightarrow n + 1$

Por el teorema de Pitágoras:

$$(n + 1)^2 + (n - 1)^2 \Rightarrow n(n - 4) = 0 \Rightarrow n = 0 \text{ o } n = 4$$

Solo vale la solución $n = 4$, luego los lados del triángulo miden 3, 4 y 5 cm.

23

No son semejantes, porque $\frac{2500}{100} = 25 \neq 4^2 = \left(\frac{100}{25}\right)^2$

24

Proyección del primer cateto $\rightarrow n$

Proyección del segundo cateto $\rightarrow m$

Por el teorema del cateto:

$$15^2 = 25n \Rightarrow n = 9$$

$$25 = n + m \Rightarrow m = 25 - 9 = 16$$

25

Proyección del cateto $\rightarrow n$

Altura sobre la hipotenusa $\rightarrow h$

$$3^2 = 5n \Rightarrow n = \frac{9}{5}$$

$$h = \sqrt{3^2 - \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{12}{5}$$

7.3. Aplicaciones del teorema de Pitágoras en el espacio (pág. 85)

26

Diagonal de la base: $d = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

Diagonal del cubo: $AB = \sqrt{AC^2 + d^2} = \sqrt{3}$

27

Generatriz $\rightarrow g = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$

28

Altura del prisma: $2 \cdot 3 = 6$

Área lateral del prisma: $4 \cdot 2 \cdot 6 = 48$

Diagonal de la base: $d = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

Altura de la pirámide: $x = d = 2\sqrt{2}$

Altura de la cara de la pirámide: $y = \sqrt{(\sqrt{8})^2 + 1} = 3$

Área lateral de la pirámide: $\frac{4 \cdot 2 \cdot y}{2} = 12$

Se pintan: $48 + 12 = 60 \text{ m}^2$

Como en pintar un m^2 se gasta medio kilo de pintura, se necesitan en total 30 kg.

29

$$\frac{40}{x} = \frac{60}{x + 15} \Rightarrow 40(x + 15) = 60x$$

Luego, $x = 30 \text{ m}$

Que es la longitud de la sombra del edificio de 40 m.

Evaluación (pág. 86)

Repasa las actividades en las que hayas fallado, haciendo los ejercicios señalados después de cada respuesta.

1

Las afirmaciones **a)** y **b)** son falsas, mientras que **c)** y **d)** son verdaderas.

(Ejercicios del apartado 7.1)

2

Los triángulos semejantes al sombreado son OCD , OGE y OHF .

(Ejercicios del apartado 7.1)

3

$$\frac{h}{6} = \frac{1,5}{2} \Rightarrow h = 4,5 \text{ m}$$

(Ejercicios del apartado 7.1)

4

$$10^2 = 2x^2 \Rightarrow x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Así el perímetro del cuadrado mide $20\sqrt{2} \text{ cm}$ y su área vale 50 cm^2 .

(Ejercicios del apartado 7.2)

5

El perímetro del nuevo pentágono es 10 cm ya que cada lado del nuevo pentágono mide 2 cm. En efecto, los triángulos OAB y ODC son isósceles y comparten el ángulo desigual.

Además la razón de semejanza es:

$$\frac{OA}{OD} = 2 \Rightarrow DC = \frac{AB}{2}$$

(Ejercicios del apartado 7.2)

6

$$\text{Hipotenusa} = x + y = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

Por el teorema del cateto:

$$5^2 = 13x \Rightarrow x = \frac{25}{13} \text{ y } 12^2 = 13y \Rightarrow y = \frac{144}{13}$$

Por el teorema de la altura:

$$h^2 = xy \Rightarrow h = \sqrt{\frac{5^2 \cdot 12^2}{13^2}} = \frac{60}{13}$$

(Ejercicios del apartado 7.2)

7

$$l = \sqrt{OP^2 - OM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

(Ejercicios del apartado 7.2)

8

$$\text{Diagonal de la base: } d = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\text{Altura del prisma: } h = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$$

(Ejercicios del apartado 7.3)

9

$$6^2 + 6^2 = (2z)^2 \Rightarrow 72 = 4z^2 \Rightarrow z = 3\sqrt{2}$$

$$10^2 + 10^2 = (2x)^2 \Rightarrow 200 = 4x^2 \Rightarrow x = 5\sqrt{2}$$

$$t = \sqrt{9^2 + z^2} = \sqrt{99} = 3\sqrt{11}$$

$$t = \sqrt{15^2 + x^2} = \sqrt{275} = 5\sqrt{11}$$

Como las caras laterales son triángulos isósceles y $\frac{6}{10} =$

$$= \frac{3\sqrt{11}}{5\sqrt{11}} = \frac{3}{5}, \text{ estas son semejantes con razón de seme-}$$

janza $\frac{3}{5}$.

(Ejercicios del apartado 7.3)

8 Lugares geométricos**8.1. Algunos lugares geométricos (pág. 88)****1**

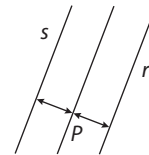
No, porque en un triángulo escaleno $d(A, C) \neq d(B, C)$.

2

Sí, porque los lados AB y BC miden lo mismo.

3

El lugar geométrico buscado es la recta paralela a r y s que pasa por un punto P que equidista de ambas rectas.

**4**

Sí, ya que si P está en las bisectrices de los ángulos en A y en B se cumple que:

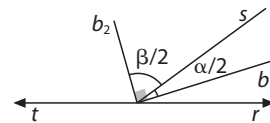
$$d(P, s) = d(P, t) \text{ y } d(P, t) = d(P, r)$$

luego, $d(P, s) = d(P, r)$, o sea, P está en la bisectriz del ángulo en C .

5

Las bisectrices b_1 y b_2 forman un ángulo recto, pues,

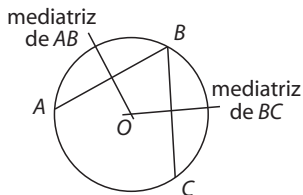
$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

**6**

El lugar está formado por dos rectas paralelas a r a distancia 1, ya que los triángulos de base AB y área 1 son aquellos cuya altura sobre AB mide 1.

7

El centro O de la circunferencia buscada equidista de A y B luego está en la mediatriz del segmento AB . Por la misma razón, O está en la mediatriz de BC , luego O es el punto de corte de ambas mediatrices. Así la circunferencia de centro O y radio OA es la única que pasa por A, B y C .



8

No, porque el centro O de la misma estaría en las mediatrices de AB y de BC , y estas rectas no tienen ningún punto en común porque son paralelas.

9

No, porque en caso contrario habría dos circunferencias distintas que pasarían por tres puntos distintos A , B y C , (no alineados por el ejercicio anterior) y vimos que esto es imposible.

8.2. Arco capaz (pág. 90)

10

El ángulo mide 90° , pues el ángulo central \widehat{AOB} es llano.

11

$\alpha = 45^\circ$, ya que el ángulo central es recto.

12

Dibujamos la mediatriz del segmento AB , y la cortamos con el arco de la circunferencia de diámetro \widehat{AB} situado por encima del segmento. El punto de corte O cumple $\widehat{AOB} = 90^\circ$, luego el arco capaz es el arco de circunferencia de centro O y radio OA situado por encima de AB .

8.3. La elipse, la hipérbola y la parábola (pág. 91)

13

Sí, la elipse de focos F y F' y constante $k = 10$, ya que

$$d(P, F) + d(P, F') = 2d(P, F) = 2\sqrt{3^2 + 4^2} = 10 \text{ y}$$

$$d(Q, F) + d(Q, F') = 9 + 1 = 10$$

14

$$x + 4 = 6 + 3 = 9 \Rightarrow x = 5$$

15

No, porque cada punto P del segmento que une F con F' cumple que: $d(P, F') + d(P, F) = d(F', F) < k$

16

$$9 - x = 6 - 2 = 4 \Rightarrow x = 5$$

17

Ambos conejos recorren la misma distancia que es la constante de la elipse que constituye el canal.

18

No, porque dicho eje es la mediatriz del segmento que une los focos, luego sus puntos equidistan de ambos, por lo que $d(P, F') - d(P, F) = 0 \neq k$ para cada P del eje.

19

La primera afirmación es falsa y la segunda verdadera.

20

Porque los puntos del semiplano sombreado están más cerca de la directriz d que del foco F .

21

$Q = (-2, 0)$ es otro punto de la parábola, pues como el eje es eje de simetría la parábola pasa por el punto simétrico de P respecto del eje.

22

$$d(V, F) = d(V, d) = 3 \text{ cm}$$

8.4. Relaciones métricas en las cónicas (pág. 94)

23

$$\frac{3}{5} = e = \frac{2c}{2a} = \frac{2c}{10} \Rightarrow \text{Distancia entre focos} = 2c = 6 \text{ m}$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \Rightarrow \text{Eje menor} = 2b = 8$$

24

$$2a = d(P, F) + d(P, F') = 4 + 6 = 10 \Rightarrow$$

$a = 5$ es el semieje mayor.

$$e = \frac{2c}{2a} = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ es la excentricidad.}$$

$$a = 5, c = 4 \Rightarrow b = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ es el semieje menor.}$$

25

La elipse y la circunferencia no se cortan porque el semieje menor b de la elipse es mayor que el radio R de la circunferencia. Calculemos ambos valores. Como $2a = 24$ y $2c = 12 \Rightarrow a = 12$ y $R = c = 6$

$$\text{Por tanto, } b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} > R$$

26

$$3 = e = \frac{c}{a} = \frac{c}{4} \Rightarrow d(F, F') = 24$$

$$\text{Semieje imaginario: } b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{144 - 16} = 8\sqrt{2}$$

27

$$2a = |7 - 4| = 3 \Rightarrow \text{Semieje real } a = \frac{3}{2}$$

$$\text{Además, } 2c = 5 \Rightarrow c = \frac{5}{2} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Semieje imaginario: } b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{9}{4}} = 2$$

28

$$p = 2d(V, d) = 12 \Rightarrow d(F, d) = p = 12 \text{ cm}$$

Evaluación (pág. 96)

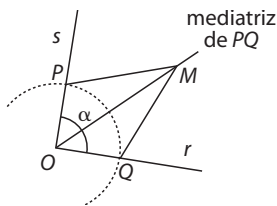
Repasa las actividades en las que hayas fallado, haciendo los ejercicios señalados después de cada respuesta.

1

Como la bisectriz es una recta, bastan dos puntos suyos para dibujarla, y uno de ellos es O . Para encontrar otro trazamos, con centro O , una circunferencia, de radio arbitrario R , que corta a las semirrectas en los puntos P y Q . Si M es un punto de la mediatriz de PQ , los triángulos OPM y OQM son semejantes, pues el lado OM es común y

$$OP = OQ = R \text{ y } MP = MQ$$

Así, los ángulos \widehat{MOP} y \widehat{QOM} son iguales, luego M está en la bisectriz del ángulo α .



(Ejercicios del apartado 8.1)

2

Solo la segunda afirmación es cierta.

(Ejercicios del apartado 8.3)

3

$$\widehat{AOB} = 2\widehat{ACB} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$$

(Ejercicios del apartado 8.2)

4

$$\text{Distancia focal} = 2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

$$c^2 = a^2 + b^2 = 2a^2 \Rightarrow 9 = 2a^2 \Rightarrow a = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{2}$$

(Ejercicios del apartado 8.3)

5

$$d(A, B) = 2d(A, F) = 2d(A, d) = 2d(F, d) = 20 \text{ cm}$$

(Ejercicios del apartado 8.3)

6

La elipse de mayor excentricidad es C_1 . De hecho las elipses con excentricidad próxima a 0 parecen circunferencias, pues tienen los semiejes casi iguales, mientras que las longitudes de los semiejes de las elipses cuya excentricidad es próxima a 1 son muy distintas.

(Ejercicios del apartado 8.3)

7

Sí, los triángulos son semejantes porque comparten los ángulos, pues el ángulo en P es común y además $\widehat{PBC} = \widehat{ADP}$, ya que ambos ángulos abarcan el arco de circunferencia \widehat{AC} .

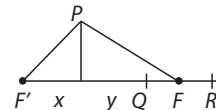
(Ejercicios del apartado 8.2)

8

Los puntos del segmento S de extremos F y F' porque si Q está en S se tiene: $d(Q, F') + d(Q, F) = d(F', F)$ mientras que cada punto P fuera del segmento S cumple: $d(P, F') + d(P, F) > d(F', F)$

$$\text{I) } d(R, F') + d(R, F) > x + y = d(F', F)$$

$$\text{II) } d(R, F') + d(R, F) > d(R, F') > d(F', F)$$



(Ejercicios del apartado 8.2)

9

La circunferencia y la parábola solo se cortan en el vértice V de esta, pues los puntos de la circunferencia distan $\frac{p}{2}$ de F , mientras que V es el único punto de la parábola que dista $\frac{p}{2}$ de F ; los demás distan más.

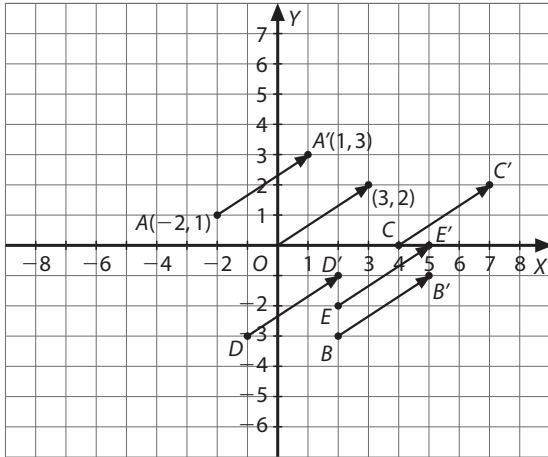
(Ejercicios del apartado 8.2)

9 Movimientos en el plano

9.1. Traslaciones (pág. 98)

1

Los puntos trasladados son $B'(5, -1)$, $C'(7, 2)$, $D'(2, -1)$ y $E'(5, 0)$.



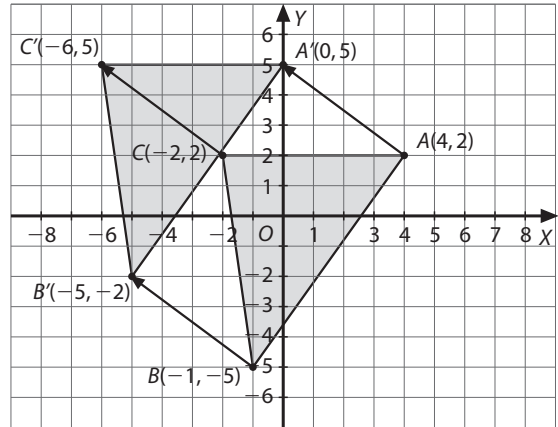
2

Punto	Homólogo	Cálculo	Vector de traslación
$A(3, 2)$	$A'(-1, 4)$	$A' - A = (-1 - 3, 4 - 2) = (-4, 2)$	$\vec{v} = (-4, 2)$
$B(-3, 5)$	$B'(2, -3)$	$B' - B = (2 + 3, -3 - 5) = (5, -8)$	$\vec{v} = (5, -8)$
$C(2, 0)$	$C'(-4, 4)$	$C' - C = (-4 - 2, 4 - 0) = (-6, 4)$	$\vec{v} = (-6, 4)$
$D(0, 4)$	$D'(-3, 5)$	$D' - D = (-3 - 0, 5 - 4) = (-3, 1)$	$\vec{v} = (-3, 1)$
$E(-7, 3)$	$E'(0, -1)$	$E' - E = (0 + 7, -1 - 3) = (7, -4)$	$\vec{v} = (7, -4)$

3

Punto	Vector	Cálculo	Punto trasladado
$A(-3, 2)$	$\vec{v} = (1, -4)$	$A + \vec{v} = (-3 + 1, 2 - 4) = (-2, -2)$	$A' = (-2, -2)$
$B(6, -2)$	$\vec{v} = (-1, -3)$	$B + \vec{v} = (6 - 1, -2 - 3) = (5, -5)$	$B' = (5, -5)$
$C(-2, 2)$	$\vec{v} = \left(\frac{5}{2}, \frac{2}{3}\right)$	$C + \vec{v} = \left(-2 + \frac{5}{2}, 2 + \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{8}{3}\right)$	$C' = \left(\frac{1}{2}, \frac{8}{3}\right)$
$D\left(\frac{1}{4}, 3\right)$	$\vec{v} = (8, 5)$	$D + \vec{v} = \left(\frac{1}{4} + 8, 3 + 5\right) = \left(\frac{33}{4}, 8\right)$	$D' = \left(\frac{33}{4}, 8\right)$
$E(0, 9)$	$\vec{v} = (6, 0)$	$E + \vec{v} = (0 + 6, 9 + 0) = (6, 9)$	$E' = (6, 9)$

4



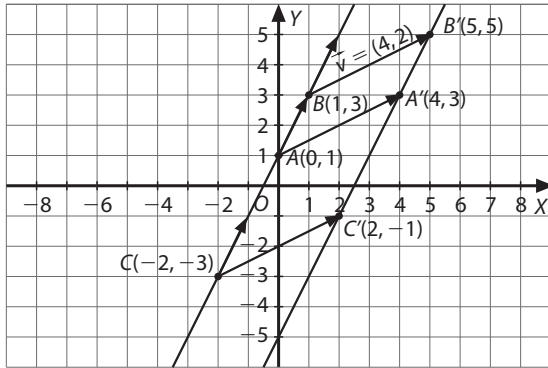
5

a)

x	y	Punto
0	1	$A(0, 1)$
1	3	$B(1, 3)$
-2	-3	$C(-2, -3)$

b) Son rectas paralelas.

c) Los puntos trasladados quedan situados sobre la misma recta inicial.

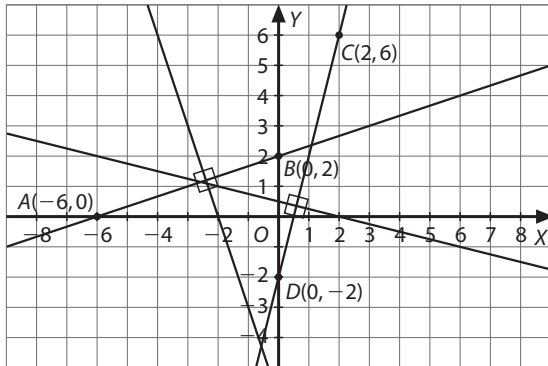


9.2. Giros (pág. 100)

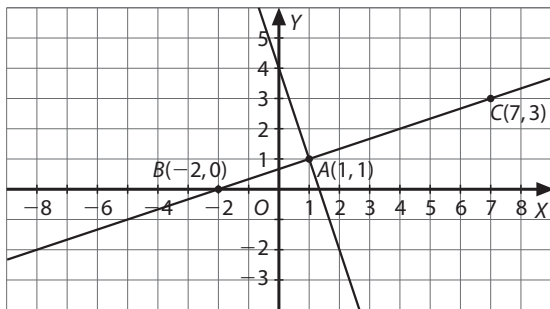
6

a) Son rectas perpendiculares.

b) Las rectas $A'B'$ y $C'D'$ forman el mismo ángulo que las rectas AB y CD .



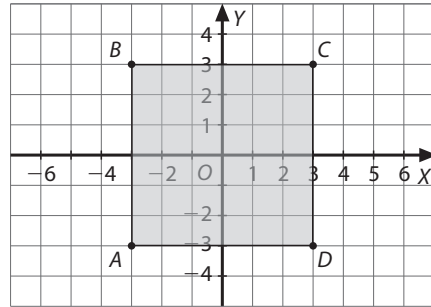
7



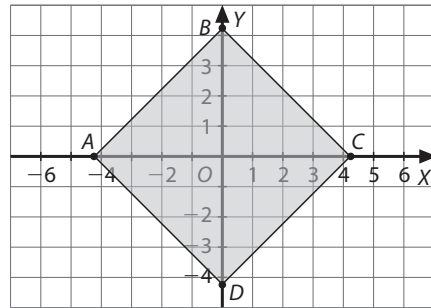
Son rectas perpendiculares que se cortan en el punto A (centro de giro).

8

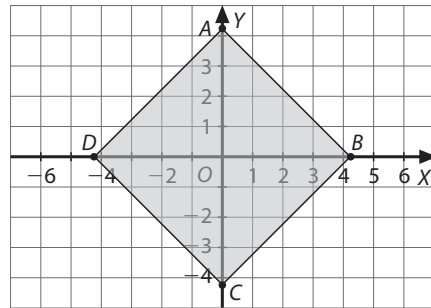
a) $\alpha = 90^\circ$



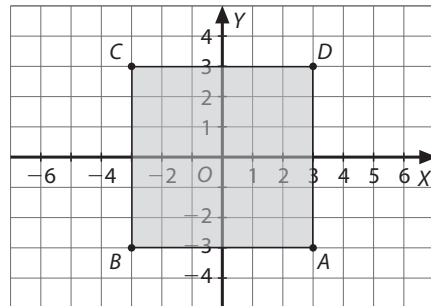
b) $\alpha = 45^\circ$



c) $\alpha = -45^\circ$

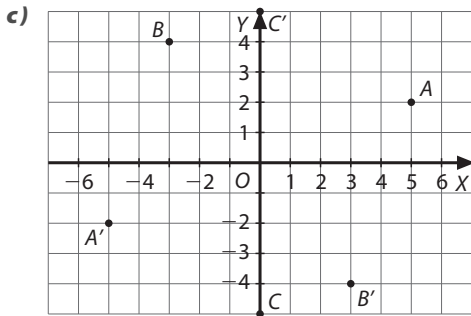
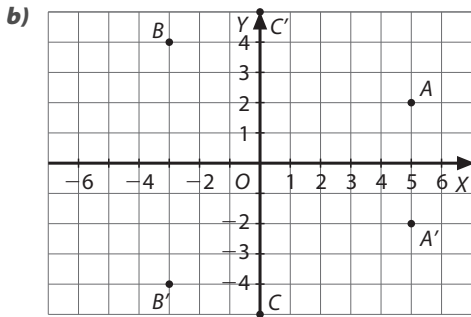
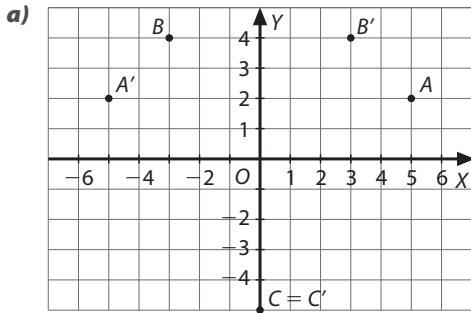


d) $\alpha = 180^\circ$

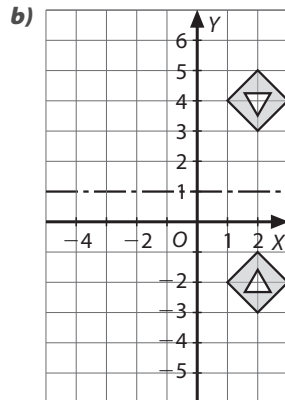
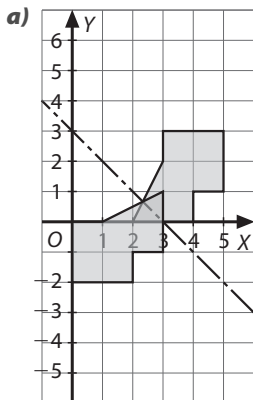


9.3. Simetrías (pág. 102)

9

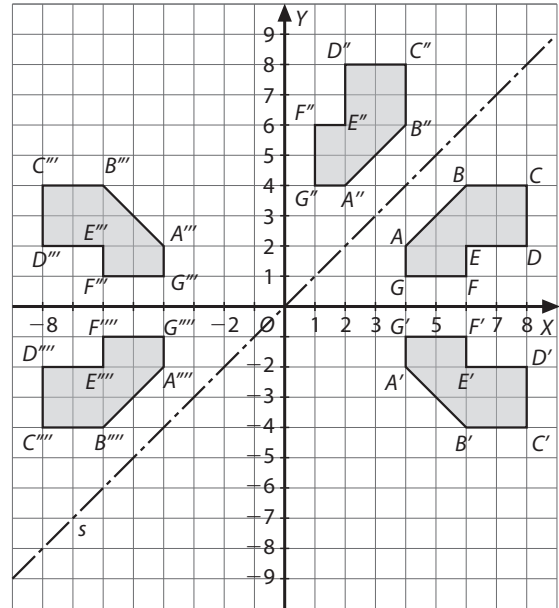


10

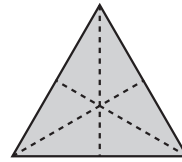


11

a), b), c) y d)

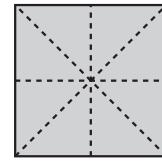


12



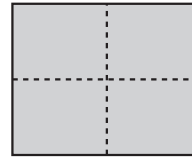
N.º de ejes de simetría: 3

CS: sí - no



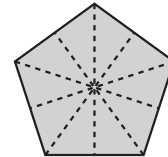
N.º de ejes de simetría: 4

CS: sí - no



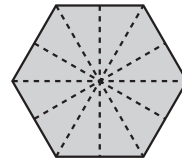
N.º de ejes de simetría: 2

CS: sí - no



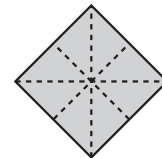
N.º de ejes de simetría: 5

CS: sí - no



N.º de ejes de simetría: 6

CS: sí - no



N.º de ejes de simetría: 4

CS: sí - no

Evaluación (pág. 104)

1

Punto	Homólogo	Cálculo	Vector de traslación
$A(-1, 3)$	$A'(-1, 5)$	$A' - A = (-1 + 1, 5 - 3) = (0, 2)$	$\vec{v} = (0, 2)$
$B(-3, 5)$	$B'(1, 3)$	$B' - B = (1 + 3, 3 - 5) = (4, -2)$	$\vec{v} = (4, -2)$
$C(2, 0)$	$C'(2, 0)$	$C' - C = (2 - 2, 0 - 0) = (0, 0)$	$\vec{v} = (0, 0)$
$D(0, 0)$	$D'(-3, 4)$	$D' - D = (-3 - 0, 4 - 0) = (-3, 4)$	$\vec{v} = (-3, 4)$
$E(-1, -2)$	$E'(-1, 5)$	$E' - E = (-1 + 1, 5 + 2) = (0, 7)$	$\vec{v} = (0, 7)$

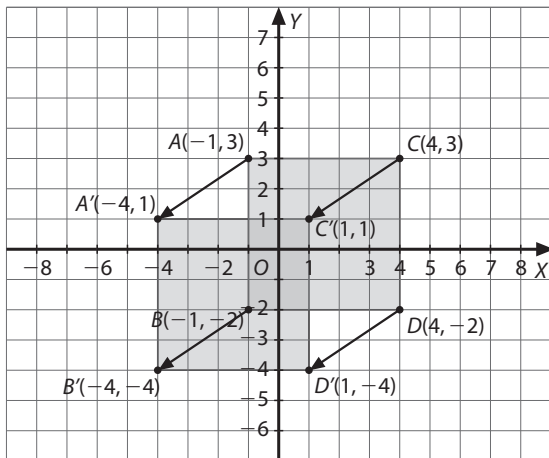
(Ejercicio 2 del apartado 9.1)

2

Punto	Vector	Cálculo	Punto homólogo
$A(3, -1)$	$\vec{v} = (2, -1)$	$A + \vec{v} = (3 + 2, -1 - 1) = (5, -2)$	$A' = (5, -2)$
$B(-2, -2)$	$\vec{v} = (2, -2)$	$B + \vec{v} = (-2 + 2, -2 - 2) = (0, -4)$	$B' = (0, -4)$
$C(1, 2)$	$\vec{v} = \left(\frac{3}{2}, \frac{2}{3}\right)$	$C + \vec{v} = \left(1 + \frac{3}{2}, 2 + \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{8}{3}\right)$	$C' = \left(\frac{5}{2}, \frac{8}{3}\right)$
$D(0, 0)$	$\vec{v} = \left(\frac{-4}{5}, \frac{1}{9}\right)$	$D + \vec{v} = \left(0 - \frac{4}{5}, 0 + \frac{1}{9}\right) = \left(-\frac{4}{5}, \frac{1}{9}\right)$	$D' = \left(-\frac{4}{5}, \frac{1}{9}\right)$
$E(2, -5)$	$\vec{v} = (-2, 5)$	$E + \vec{v} = (2 - 2, -5 + 5) = (0, 0)$	$E' = (0, 0)$

(Ejercicio 3 del apartado 9.1)

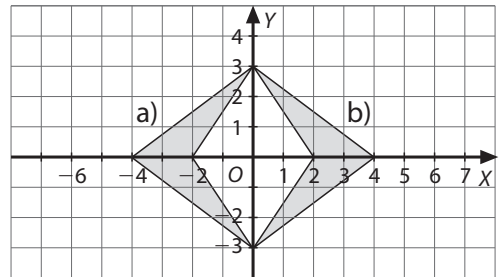
3



(Ejercicios 1, 4 y 5 del apartado 9.1)

4

a) y b)



(Ejercicios 6-8 del apartado 9.2)

5

- a) Simetría respecto de la recta $y = -x$.
- b) Giro de 90° con centro en el punto $(2, -2)$.
- c) Simetría respecto del eje X .
- d) Simetría respecto de la recta $x = 3$.

(Ejercicios 9-11 del apartado 9.3)

10 Coordenadas geográficas

10.1. Coordenadas geográficas (pág. 106)

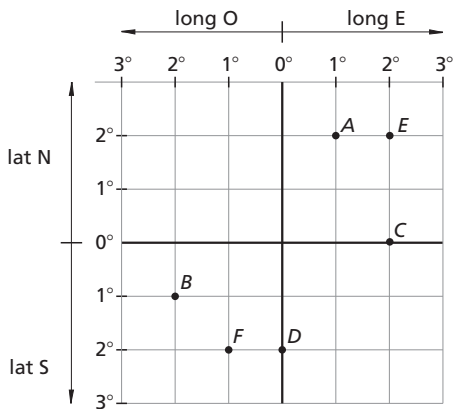
1

Ecuador, Colombia, Brasil, Zaire, Kenia y Somalia.

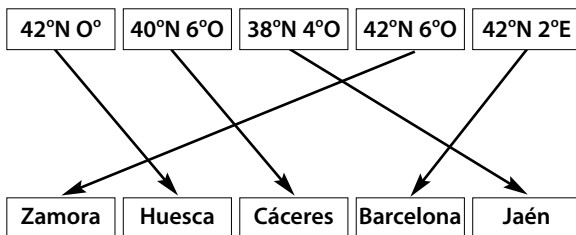
2

Francia, España, Argelia, Malí y Ghana.

3



4



5

Se encuentra entre los paralelos 36°N y 44°N , y entre los meridianos 10°O y 4°E .

10.2. Husos horarios (pág. 108)

6

Si viajas hacia el Este hay que adelantar el reloj, mientras que si viajas hacia el Oeste hay que retrasarlo.

7

Adelantarlo tres horas.

8

-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
172,5°O	157,5°O	142,5°O	127,5°O	112,5°O	97,5°O	82,5°O	67,5°O	52,5°O	37,5°O	22,5°O	7,5°O
157,5°O	142,5°O	127,5°O	112,5°O	97,5°O	82,5°O	67,5°O	52,5°O	37,5°O	22,5°O	7,5°O	7,5°E

9

Italia está comprendida entre los meridianos de longitud $7,5^{\circ}\text{E}$ y $(7,5 + 15)^{\circ} = 22,5^{\circ}\text{E}$.

10

Los lugares de longitud 70°O se encuentran en el huso comprendido entre los meridianos de longitud $67,5^{\circ}\text{O}$ y $82,5^{\circ}\text{O}$, por lo que, la diferencia horaria es -5 ; luego, en ellos serán las 11:00 h.

11

Está en el huso $+4$; luego, entre los meridianos de longitud $52,5^{\circ}\text{E}$ y $67,5^{\circ}\text{E}$.

10.3. Interpretación de mapas (pág. 110)

12

Como $75\text{ km} = 75\,000\,000\text{ mm}$ y $\frac{75\,000\,000}{25\,000\,000} = 3\text{ mm}$, dichas ciudades distan en el mapa 3 mm.

13

a) Como $2\text{ km} = 200\,000\text{ cm}$, la escala será $4:200\,000$, esto es, $1:50\,000$.

b) Si dos puntos distan $0,5\text{ km} = 50\,000\text{ cm}$, en el mapa distan $\frac{50\,000}{50\,000} = 1\text{ cm}$.

14

Las dimensiones de un reloj de pulsera son muy pequeñas. Por ello emplearemos la escala $500:1$ pues con esta ampliamos las distancias.

15

Como $\frac{6}{20} = 0,3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$ y $\frac{9}{20} = 0,45 \text{ m} = 45 \text{ cm}$,

el dibujo de la planta será de 30 cm por 45 cm, y por lo tanto, si tiene suficiente cartulina.

16

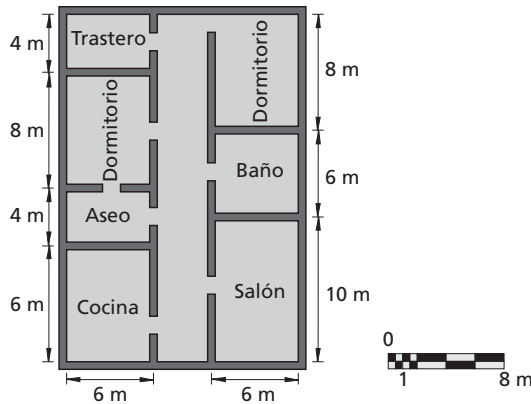
Como $60 \text{ km} = 6\,000\,000 \text{ cm}$, la escala del mapa es $3:6\,000\,000$, esto es, $1:2\,000\,000$.

En particular, si dos ciudades distan 400 km, en el mapa distan:

$$\frac{40\,000\,000}{2\,000\,000} = 20 \text{ cm}$$

17

Un ejemplo sería:

**3**

- Todos los puntos situados sobre el mismo paralelo tienen la misma latitud.
 - Todos los puntos situados sobre el mismo meridiano tienen la misma longitud.
 - Al meridiano de Greenwich le corresponde la longitud de 0° .
 - Al Ecuador le corresponde la latitud de 0° .
- (Ejercicios 1-5 del apartado 10.1)

5

Debemos operar con la misma unidad, $364 \text{ km} = 36\,400\,000 \text{ cm}$. Así la escala será: $13:36\,400\,000$, esto es, $1:2\,800\,000$.

(Ejercicio 12 del apartado 10.3)

6

En el de la escala $1:10\,000$.

(Ejercicios 12 y 13 del apartado 10.3)

7

a) La escala será $5:1\,100\,000$, esto es, $1:220\,000$.

b) Si dos puntos distan $2,75 \text{ km} \Rightarrow 275\,000 \text{ cm}$, en el mapa se representan a una distancia de:

$$\frac{275\,000}{220\,000} = 1,25 \text{ cm}$$

(Ejercicios 13 del apartado 10.3)

Evaluación (pág. 112)

1

La latitud del punto P.

(Ejercicios 3-5 del apartado 10.1)

2

1	2	3	4	5	6	7
Cabo de Creus	Cabo de San Antonio	Cabo de Palos	Cabo de Gata	Punta de Tarifa	Cabo Tourián	Estaca de Bares

(Ejercicio 4 del apartado 10.1)

4

Ciudad	Lisboa	Johannesburgo	Roma	Osaka	Bogotá
Longitud	$9,18^\circ \text{ O}$	$27,9^\circ \text{ E}$	$12,48^\circ \text{ E}$	$135,5^\circ \text{ E}$	$74,08^\circ \text{ O}$
Huso	-1	+2	+1	+9	-5

(Ejercicio 8 del apartado 10.2)

11 Funciones

11.1. Elementos de una función (pág. 114)

1

a) $f(x) = 3x + 5$

x	y = f(x)
-1	$y = 3 \cdot (-1) + 5 = 2$
3	$y = 3 \cdot 3 + 5 = 14$
-2	$y = 3 \cdot (-2) + 5 = -1$

b) $f(x) = x^2 - 5$

x	y = f(x)
-2	$y = (-2)^2 - 5 = -1$
0	$y = 0^2 - 5 = -5$
$\sqrt{5}$	$y = (\sqrt{5})^2 - 5 = 0$

c) $f(x) = \frac{x-5}{x+2}$

x	y = f(x)
0	$y = \frac{0-5}{0+2} = -\frac{5}{2}$
6	$y = \frac{6-5}{6+2} = \frac{1}{8}$
2	$y = \frac{2-5}{2+2} = -\frac{3}{4}$

2

a) $f(x) = 4x + 3$

y	y = f(x)
7	$7 = 4x + 3 \Rightarrow x = 1$
-4	$-4 = 4x + 3 \Rightarrow x = -\frac{7}{4}$
25	$25 = 4x + 3 \Rightarrow x = \frac{11}{2}$

b) $f(x) = \frac{4}{x-2}$

y	y = f(x)
4	$4 = \frac{4}{x-2} \Rightarrow x = 3$
2	$2 = \frac{4}{x-2} \Rightarrow x = 4$
-2	$-2 = \frac{4}{x-2} \Rightarrow x = 0$

c) $f(x) = x^2 - 5x$

y	y = f(x)
0	$0 = x^2 - 5x \Rightarrow 0 = x \cdot (x - 5) \Rightarrow x = 0; x = 5$
-4	$-4 = x^2 - 5x \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = 4; x = 1$
24	$24 = x^2 - 5x \Rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0 \Rightarrow x = 8; x = -3$

d) $f(x) = \frac{x}{x-3}$

y	y = f(x)
-2	$-2 = \frac{x}{x-3} \Rightarrow x = 2$
3	$3 = \frac{x}{x-3} \Rightarrow x = \frac{9}{2}$
0	$0 = \frac{x}{x-3} \Rightarrow x = 0$

3

a) $f(x) = \frac{2x}{x-5}$

x	Sustitución	Sí/No
4	$f(4) = \frac{8}{-1} = -8$	Sí
5	$f(5) = \frac{10}{0}$	No
-3	$f(-3) = \frac{-6}{-8} = \frac{3}{4}$	Sí
0	$f(0) = \frac{0}{-5} = 0$	Sí
1	$f(1) = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$	Sí

b) $f(x) = \sqrt{x+3}$

x	Sustitución	Sí/No
-3	$f(-3) = \sqrt{-3+3} = \sqrt{0} = 0$	Sí
-5	$f(-5) = \sqrt{-5+3} = \sqrt{-2}$	No
-2	$f(-2) = \sqrt{-2+3} = \sqrt{1} = 1$	Sí
6	$f(6) = \sqrt{6+3} = \sqrt{9} = 3$	Sí
22	$f(22) = \sqrt{22+3} = \sqrt{25} = 5$	Sí

c) $f(x) = \sqrt{(x-8)^3}$

x	Sustitución	Sí/No
-8	$f(-8) = \sqrt{(-8-8)^3} = \sqrt{-16^3}$	No
8	$f(8) = \sqrt{(8-8)^3} = 0$	Sí
10	$f(10) = \sqrt{(10-8)^3} = \sqrt{8}$	Sí
1	$f(1) = \sqrt{(1-8)^3} = \sqrt{-7^3}$	No
7	$f(7) = \sqrt{(7-8)^3} = \sqrt{-1^3}$	No

d) $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$

x	Sustitución	Sí/No
-2	$f(-2) = \frac{-2-2}{-2+1} = 4$	Sí
-1	$f(-1) = \frac{-1-2}{-1+1} = -\frac{3}{0}$	No
3	$f(3) = \frac{3-2}{3+1} = \frac{1}{4}$	Sí
0	$f(0) = \frac{0-2}{0+1} = -2$	Sí
4	$f(4) = \frac{4-2}{4+1} = \frac{2}{5}$	Sí

e) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2+2x-3}}$

x	Sustitución	Sí/No
1	$f(1) = \frac{2}{\sqrt{1^2+2-3}} = \frac{2}{\sqrt{0}} = \frac{2}{0}$	No
0	$f(0) = \frac{2}{\sqrt{-3}}$	No
2	$f(2) = \frac{2}{\sqrt{4+4-3}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$	Sí
-4	$f(-4) = \frac{2}{\sqrt{16-8-3}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$	Sí
-3	$f(-3) = \frac{2}{\sqrt{9-6-3}} = \frac{2}{0}$	No

f) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$

x	Sustitución	Sí/No
1	$f(1) = \frac{1-1}{1^2-1} = \frac{0}{0}$	No
0	$f(0) = \frac{0-1}{0^2-1} = 1$	Sí
-1	$f(-1) = \frac{-1-1}{(-1)^2-1} = -\frac{2}{0}$	No
2	$f(2) = \frac{2-1}{2^2-1} = \frac{1}{3}$	Sí
-3	$f(-3) = \frac{-3-1}{(-3)^2-1} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$	Sí

11.2. Estudio de una función a partir de su gráfica (pág. 116)

4

a)

x	-2	0	3	1
Dominio	Sí	Sí	Sí	Sí

y	0	2	3	-3
Recorrido	Sí	Sí	Sí	Sí

b)

x	1	3	0	-5
Dominio	No	Sí	No	Sí

y	2	$\frac{1}{2}$	6	-4
Recorrido	No	No	Sí	Sí

c)

x	2	7	-3	-6
Dominio	Sí	No	Sí	No

y	0	-2	6	4
Recorrido	Sí	No	No	Sí

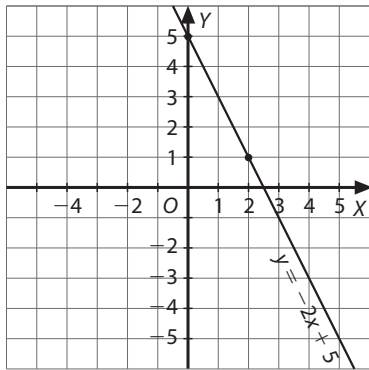
d)

x	-6	0	1	5
Dominio	Sí	Sí	No	Sí

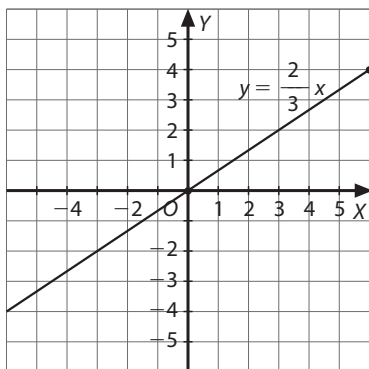
y	-3	0	1	$\frac{3}{2}$
Recorrido	Sí	Sí	Sí	No

5a) $f(x)$ siempre es decreciente.

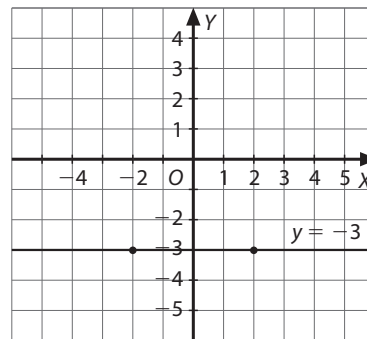
No tiene máximos ni mínimos.

b) $f(x)$ crece de 0 a 1 y de 2 a $+\infty$. $f(x)$ decrece de $-\infty$ a 0 y de 1 a 2. $f(x)$ tiene un máximo en el punto (1, 1). $f(x)$ tiene dos mínimos en los puntos (0, 0) y (2, 0).c) $f(x)$ crece de -1 a 0 y de 0 a 1. $f(x)$ decrece de $-\infty$ a -1 y de 1 a $+\infty$. $f(x)$ tiene un máximo en el punto (1, -2). $f(x)$ tiene un mínimo en el punto (-1, 2).**11.3. Representación de funciones lineales y afines (pág. 118)****6**a) $y = f(x) = -2x + 5$ 

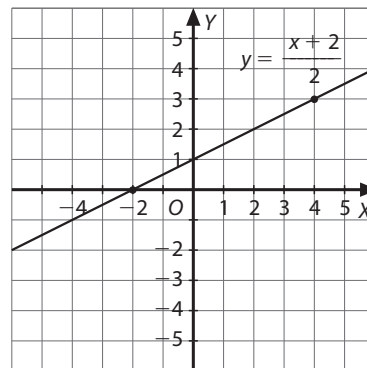
x	y
0	5
2	1

 $m = -2$ $n = 5$ b) $y = f(x) = \frac{2}{3}x$ 

x	y
0	0
6	4

 $m = \frac{2}{3}$ $n = 0$ **7**a) $y = f(x) = -3$ 

x	y
-2	-3
2	-3

 $m = 0$ $n = -3$ b) $y = f(x) = \frac{x+2}{2}$ 

x	y
4	3
-2	0

 $m = \frac{1}{2}$ $n = 1$ **8**

A	B	m
(3, 5)	(-1, 2)	$m = \frac{3}{4}$
(0, 3)	(4, 0)	$m = -\frac{3}{4}$
(-5, 2)	(2, -5)	$m = -1$

9

A	m	Cálculo de n	$y = mx + n$
(1, 2)	5	$n = -3$	$y = 5x - 3$
(-2, 4)	-3	$n = -2$	$y = -3x - 2$
(0, 0)	1	$n = 0$	$y = x$

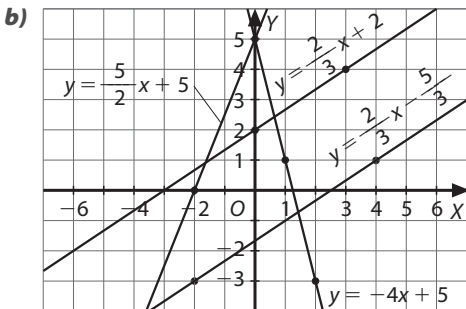
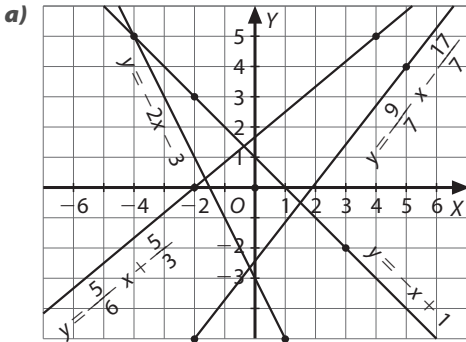
10

A	B	Cálculo de m	Cálculo de n	$y = mx + n$
(-2, 3)	(3, -2)	$m = -1$	$n = 1$	$y = -x + 1$
(-2, 0)	(4, 5)	$m = \frac{5}{6}$	$n = \frac{5}{3}$	$y = \frac{5}{6}x + \frac{5}{3}$
(5, 4)	(-2, -5)	$m = \frac{9}{7}$	$n = -\frac{17}{7}$	$y = \frac{9}{7}x - \frac{17}{7}$
(-4, 5)	(1, -5)	$m = -2$	$n = -3$	$y = -2x - 3$

11

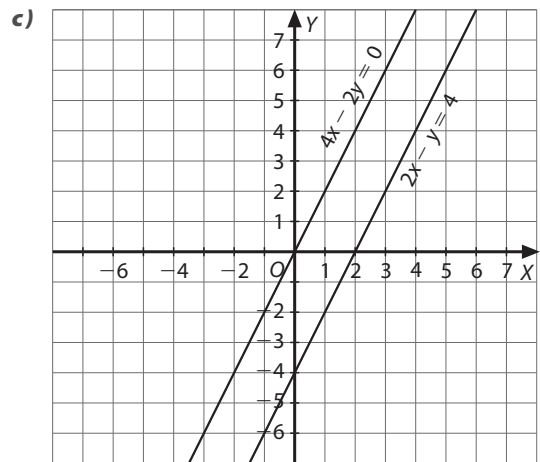
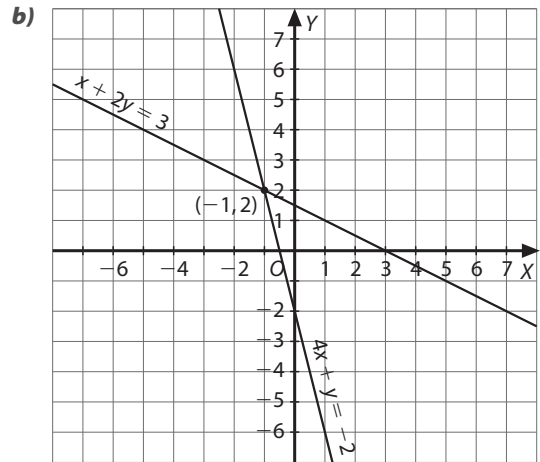
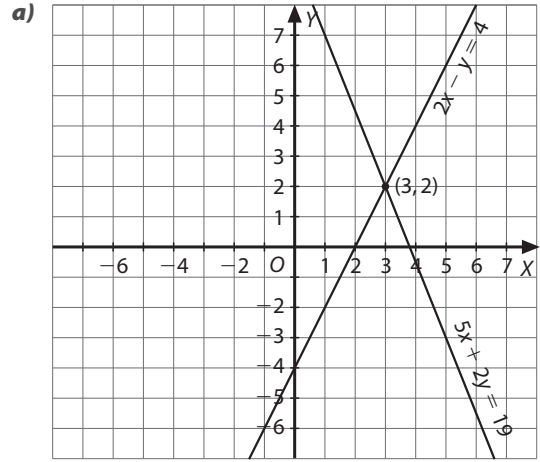
Puntos	Solución del sistema	$y = mx + n$
A(2, -3) B(1, 1)	$\begin{cases} -3 = 2m + n \\ 1 = m + n \end{cases} \Rightarrow m = -4, n = 5$	$y = -4x + 5$
A(-2, -3) B(4, 1)	$\begin{cases} -3 = -2m + n \\ 1 = 4m + n \end{cases} \Rightarrow m = \frac{2}{3}, n = -\frac{5}{3}$	$y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$
A(0, 2) B(3, 4)	$\begin{cases} 2 = 0m + n \\ 4 = 3m + n \end{cases} \Rightarrow m = \frac{2}{3}, n = 2$	$y = \frac{2}{3}x + 2$
A(0, 5) B(-2, 0)	$\begin{cases} 5 = 0m + n \\ 0 = -2m + n \end{cases} \Rightarrow m = \frac{5}{2}, n = 5$	$y = \frac{5}{2}x + 5$

12

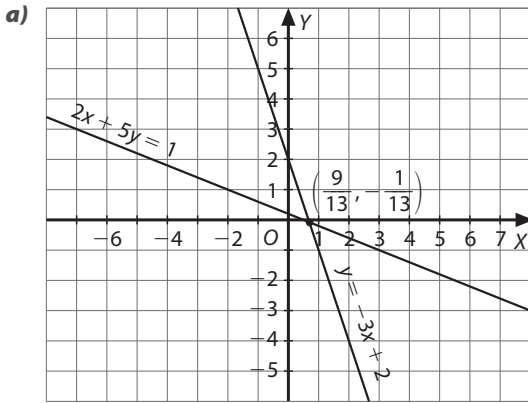


11.4. Resolución gráfica de sistemas de ecuaciones lineales (pág. 121)

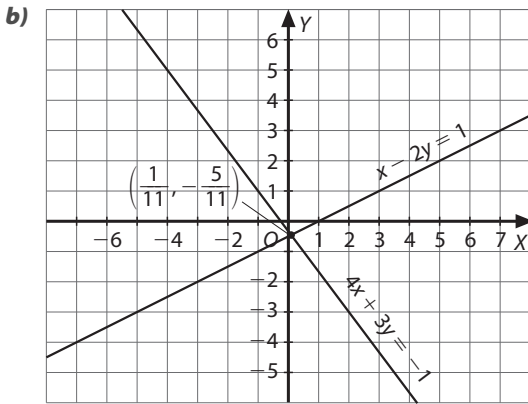
13



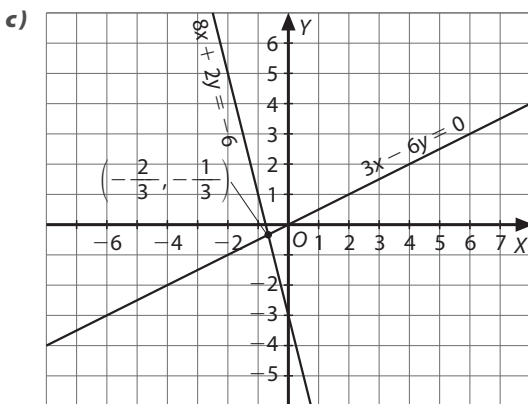
14



$$\left(\frac{9}{13}, \frac{1}{13}\right)$$



$$\left(\frac{1}{11}, -\frac{5}{11}\right)$$



$$\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$

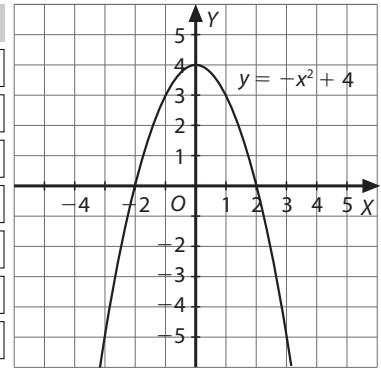
11.5. Representación de funciones cuadráticas (pág. 123)

15

a) $y = -x^2 + 4$

- $a = -1 < 0 \Rightarrow$ parábola **convexa**
- Eje de simetría: $x = 0$
- Vértice: $f(0) = 4 \Rightarrow V(0, 4)$
- Intersección con el eje de ordenadas: $(0, 4)$
- Intersección con el eje de abscisas:
 $-x^2 + 4 = 0 \Rightarrow (2, 0), (-2, 0)$
- Tabla de valores y gráfica:

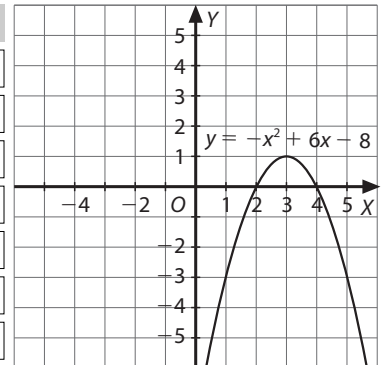
x	y
-3	-5
-2	0
-1	3
0	4
1	3
2	0
3	-5



b) $y = -x^2 + 6x - 8$

- $a = -1 < 0 \Rightarrow$ parábola **convexa**
- Eje de simetría: $x = \frac{-6}{-2} = 3$
- Vértice: $f(3) = 1 \Rightarrow V(3, 1)$
- Intersección con el eje de ordenadas: $(0, -8)$
- Intersección con el eje de abscisas:
 $-x^2 + 6x - 8 = 0 \Rightarrow (4, 0), (2, 0)$
- Tabla de valores y gráfica:

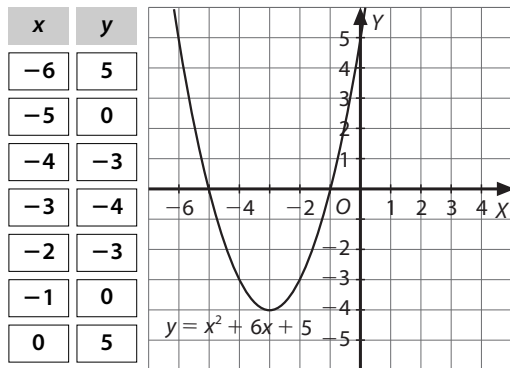
x	y
0	-8
1	-3
2	0
3	1
4	0
5	-3
6	-8



16

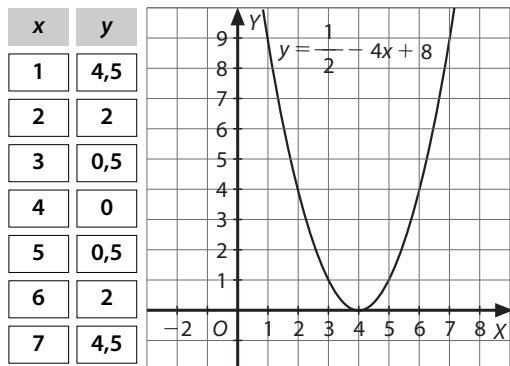
a) $y = x^2 + 6x + 5$

- $a = 1 > 0 \Rightarrow$ parábola cóncava
- Eje de simetría: $x = -\frac{6}{2} = -3$
- Vértice: $f(-3) = 9 - 18 + 5 = -4 \Rightarrow V(-3, -4)$
- Intersección con el eje de ordenadas: (0, 5)
- Intersección con el eje de abscisas:
 $x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow (-1, 0), (-5, 0)$
- Tabla de valores y gráfica:



b) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8$

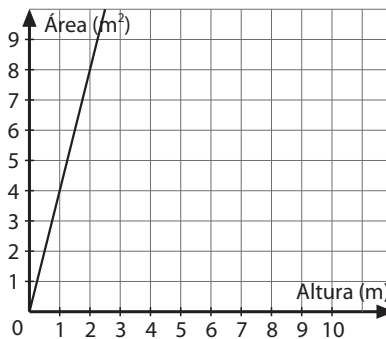
- $a = \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow$ parábola cóncava
- Eje de simetría: $x = \frac{4}{1} = 4$
- Vértice $f(4) = 8 - 16 + 8 = 0 \Rightarrow V(4, 0)$
- Intersección con el eje de ordenadas: (0, 8)
- Intersección con el eje de abscisas:
 $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0 \Rightarrow (4, 0)$
- Tabla de valores y gráfica:



Problemas (pág. 126)

17

a) $A(x) = 4x$



b) $A(1,3) = 4 \cdot 1,3 = 5,2 \text{ m}^2$

c) $22 = 4x \Rightarrow x = \frac{22}{4} = \frac{11}{2} = 5,5 \text{ m}$

18

a) Primer hotel: $P(x) = 64 + 52x$

Segundo hotel: $Q(x) = 68x$

b) Primer hotel: $P(12) = 64 + 52 \cdot 12 = 688 \text{ €}$

Segundo hotel: $Q(12) = 68 \cdot 12 = 816 \text{ €}$

Respuesta: en el primer hotel deberá abonar 688 €, y en el segundo, 816 €.

c) $P(x) = Q(x) \Rightarrow 64 + 52x = 68x \Rightarrow 16x = 64 \Rightarrow x = 4$

Respuesta: 4 noches

19

$$\begin{aligned} A(-3,2) &\rightarrow \begin{cases} 2 = -3m + n \\ 4 = 3m + n \end{cases} \Rightarrow n = 3, m = \frac{1}{3} \\ B(3,4) &\rightarrow \end{aligned}$$

Respuesta: $y = \frac{1}{3}x + 3$

20

a) N.º de kilómetros: x

$$\begin{cases} 10,90 = 20m + n \\ 28,40 = 55m + n \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{2}, n = 0,90$$

$P(x) = \frac{1}{2}x + 0,90$

b) $P(124) = 62,90 \text{ €}$

Respuesta: 62,90 €

c) $18,40 = \frac{1}{2}x + 0,90 \Rightarrow 17,50 = \frac{1}{2}x \Rightarrow x = 35 \text{ km}$

Respuesta: 35 km

21

- a) $A(x) = x \cdot (x - 5)$; dominio: $x > 5$
 b) $A(8) = 24 \text{ m}^2$
 c) $x - 5 = 10 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow A(15) = 150 \text{ m}^2$
 d) $84 = x \cdot (x - 5) \Rightarrow 84 = x^2 - 5x \Rightarrow x^2 - 5x - 84 = 0 \Rightarrow x = -7$ (que no vale), $x = 12 \text{ m}$

22

- a) A se encuentra con B a los 5 hm.
 b) A: $\frac{5}{10} = 0,5 \text{ hm/min}$
 B: $\frac{3}{10} = 0,3 \text{ hm/min}$
 C: $\frac{5}{10} = 0,5 \text{ hm/min}$
 c) El excursionista A.
 d) A y C nunca podrían encontrarse porque van a la misma velocidad y A ha salido 10 minutos antes.

Evaluación (pág. 128)**1**

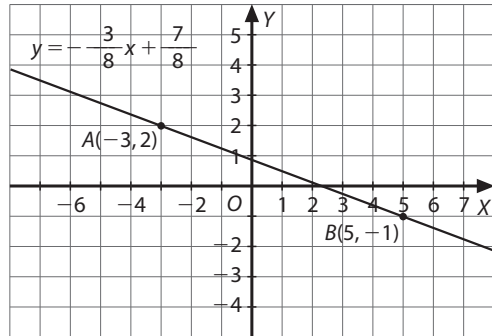
- a) $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$
 $f(-2)$ no existe; $f(3) = 0$
 $0 = \frac{x-3}{x+2} \Rightarrow x = 3$
 $-2 = \frac{x-3}{x+2} \Rightarrow -2x - 4 = x - 3 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$
 b) $f(x) = x^2 - 3x$
 $f(-2) = 10$; $f(3) = 0$
 $0 = x^2 - 3x \Rightarrow x \cdot (x - 3) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 3$
 $-2 = x^2 - 3x \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = 2, x = 1$

(Ejercicios 1 y 2 del apartado 10.1)

2

- a) ■ $f(x)$ es creciente de -5 a 0 .
 ■ $f(x)$ es decreciente de 0 a 5 .
 ■ ¿Existe $f(-1)$? Sí.
 ■ $f(x)$ tiene un máximo en $x = 0$.
 b) ■ $g(x)$ es creciente de 0 a 1 y de 3 a $+\infty$.
 ■ $g(x)$ es decreciente de 1 a 3 .
 ■ ¿Existe $g(-1)$? No.
 ■ $g(x)$ tiene un máximo en $x = 1$.

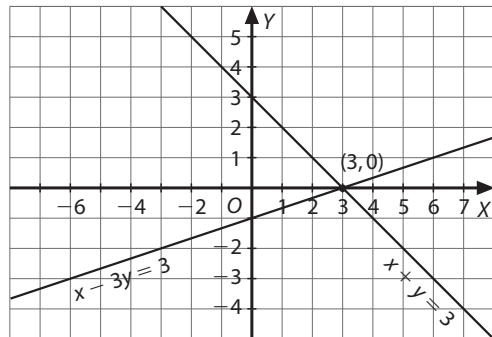
(Ejercicios 4 y 5 del apartado 10.2)

3

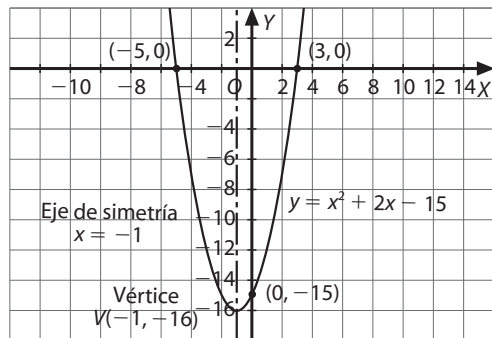
$$\begin{cases} 2 = -3m + n \\ -1 = 5m + n \end{cases} \Rightarrow m = -\frac{3}{8}, n = \frac{7}{8}$$

$$y = -\frac{3}{8}x + \frac{7}{8}$$

(Ejercicios 6-12 del apartado 10.3)

4

(Ejercicios 13 y 14 del apartado 10.4)

5

(Ejercicios 15 y 16 del apartado 10.5)

6

a) Distancia recorrida (en km): x

$$P(x) = 0,20x + 10$$

b) $P(230) = 0,20 \cdot 230 + 10 = 56 \text{ €}$

Respuesta: si se han recorrido 230 km en un día, el alquiler costará 56 €.

c) $60 = 0,20x + 10 \Rightarrow x = \frac{50}{0,20} = 250 \text{ km}$

Respuesta: con 60 € el coche alquilado podría recorrer 250 km.

(Ejercicios 17-22 del apartado Problemas)

12 Estadística

12.1. Tablas y gráficos estadísticos (pág. 130)

1

x_i	f_i	F_i	fr_i	$fr_i \%$
3	3	3	0,215	21,5%
4	1	4	0,07	7%
5	5	9	0,36	36%
6	3	12	0,215	21,5%
7	1	13	0,07	7%
8	1	14	0,07	7%
Total	14		1,00	100%

b) $F_5 = 9$ días

2

x_i	f_i	F_i	fr_i	$fr_i \%$
0	3	3	0,15	15%
1	6	9	0,30	30%
2	5	14	0,25	25%
3	2	16	0,10	10%
4	1	17	0,05	5%
5	3	20	0,15	15%
Total	20		1,00	100%

b) $F_3 = 16$ alumnos

3

$[a_i, b_i)$	c_i	f_i	F_i	fr_i	$fr_i \%$
[0, 5)	2,5	4	4	0,13	13%
[5, 10)	7,5	10	14	0,33	33%
[10, 15)	12,5	4	18	0,13	13%
[15, 20)	17,5	5	23	0,17	17%
[20, 25)	22,5	1	24	0,03	3%
[25, 30)	27,5	3	27	0,10	10%
[30, 35)	32,5	3	30	0,10	10%
Total		30		1,00	100%

b) 14 alumnos

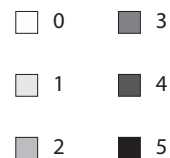
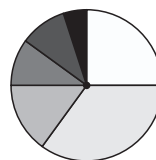
c) $1 + 3 = 4$ alumnos

4

x_i	f_i	F_i	fr_i	$fr_i \%$
0	5	5	0,25	25%
1	7	12	0,35	35%
2	3	15	0,15	15%
3	2	17	0,10	10%
4	2	19	0,10	10%
5	1	20	0,05	5%
Total	20		1,00	100%

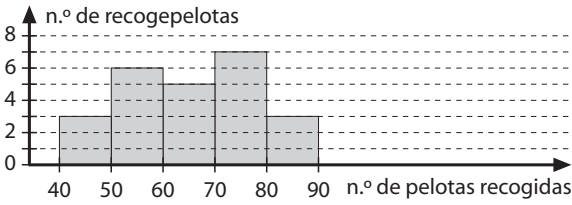
5

x_i	$fr_i \%$	Ángulo del sector
0	0,25	$0,25 \cdot 360^\circ = 90^\circ$
1	0,35	$0,35 \cdot 360^\circ = 126^\circ$
2	0,15	$0,15 \cdot 360^\circ = 54^\circ$
3	0,10	$0,10 \cdot 360^\circ = 36^\circ$
4	0,10	$0,10 \cdot 360^\circ = 36^\circ$
5	0,05	$0,05 \cdot 360^\circ = 18^\circ$
Total	20	360°



6

$[a_i, b_i)$	f_i	F_i
[40, 50)	3	3
[50, 60)	6	9
[60, 70)	5	14
[70, 80)	7	21
[80, 90)	3	24
Total	24	



7

Tipo de carne	fr_i %	fr_i	f_i
Ternera	45 %	0,45	$0,45 \cdot 2\,000 = 900$
Cordero	23 %	0,23	$0,23 \cdot 2\,000 = 460$
Cerdo	20 %	0,20	$0,20 \cdot 2\,000 = 400$
Buey	12 %	0,12	$0,12 \cdot 2\,000 = 240$
Total	100 %	1,00	2 000

12.2. Parámetros de centralización

(pág. 133)

8

x_i	f_i	F_i	$x_i \cdot f_i$
2	4	4	8
3	2	6	6
4	2	8	8
5	3	11	15
6	5	16	30
7	4	20	28
	$\Sigma f_i = 20$		$\Sigma x_i \cdot f_i = 95$

$$M_o = 6; M_e = 5; \bar{x} = \frac{95}{20} = 4,75$$

9

x_i	f_i	F_i	$x_i \cdot f_i$
2	2	2	4
3	4	6	12
4	3	9	12
5	3	12	15
6	3	15	18
	$\Sigma f_i = 15$		$\Sigma x_i \cdot f_i = 61$

$$M_o = 3$$

$$M_e = 4$$

$$\bar{x} = \frac{61}{15} = 4,07$$

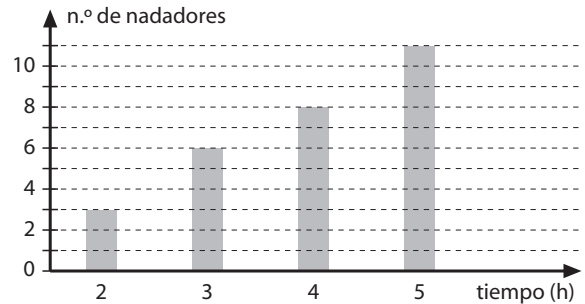
10

x_i	f_i	F_i	$x_i \cdot f_i$
2	3	3	6
3	6	9	18
4	8	17	32
5	11	28	55
	$\Sigma f_i = 28$		$\Sigma x_i \cdot f_i = 111$

$$M_o = 5$$

$$M_e = 4$$

$$\bar{x} = \frac{111}{28} = 3,96$$



11

$[a_i, b_i)$	c_i	f_i	F_i	$c_i \cdot f_i$
[0, 5)	2,5	4	4	10
[5, 10)	7,5	10	14	75
[10, 15)	12,5	4	18	50
[15, 20)	17,5	5	23	87,5
[20, 25)	22,5	1	24	22,5
[25, 30)	27,5	3	27	82,5
[30, 35)	32,5	3	30	97,5
	$\Sigma f_i = 30$		$\Sigma c_i \cdot f_i = 425$	

$$M_o = [5, 10)$$

$$M_e = [10, 15)$$

$$\bar{x} = 14,17$$

12

x_i	f_i	F_i
2	3	3 < 7
3	6	9 > 7
4	8	17 < 21
5	11	28 > 21
$\Sigma f_i = 28$		

$$\frac{N}{4} = \frac{28}{4} = 7 \Rightarrow Q_1 = 3$$

$$\frac{3N}{4} = 21 \Rightarrow Q_3 = 5$$

13

a)

x_i	f_i	F_i
2	4	4
4	3	7 < 8,75
5	9	16 > 8,75
7	10	26 > 17,5
10	7	33 > 26,25
13	2	35
$\Sigma f_i = 35$		

$$\frac{N}{4} = 8,75 \Rightarrow Q_1 = 5; \quad \frac{N}{2} = 17,5 \Rightarrow M_e = 7 \text{ y}$$

$$\frac{3N}{4} = 26,25 \Rightarrow Q_3 = 10$$

b)

x_i	f_i	F_i
2	3	3
4	4	7
5	9	16 > 8
7	10	26 > 24
10	6	32
$\Sigma f_i = 35$		

$$\frac{N}{4} = 8 \Rightarrow Q_1 = 5; \quad \frac{N}{2} = 16 \Rightarrow M_e = \frac{5 + 7}{2} = 6 \text{ y}$$

$$\frac{3N}{4} = 24 \Rightarrow Q_3 = 7$$

14

El tercer cuartil, $Q_3 = 7$, nos indica que el 75 % de las notas han sido inferiores o iguales a 7. Por tanto, Juan sí ha sacado las oposiciones pues su nota ha sido de las 25 mejores.

15

0 0 1 1 1 2 2 2 3 5 5 5 6 7 7 7 8 9 9
 $Q_1 = 1, M_e = 5 \text{ y } Q_3 = 7$

12.3. Parámetros de dispersión (pág. 138)**16**

x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
6	26	-1	1	26	1	26
7	18	0	0	0	0	0
8	8	1	1	8	1	8
9	9	2	2	18	4	36
Total	$\Sigma f_i = 61$			52		70

■ Recorrido: $x_{\text{máximo}} - x_{\text{mínimo}} = 9 - 6 = 3$ ■ $d_m = \frac{52}{\Sigma f_i} = \frac{52}{61} = 0,85$ ■ $\sigma^2 = \frac{70}{\Sigma f_i} = \frac{70}{61} = 1,15$ ■ $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1,15} \cong 1,07$

17

a)

x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
1	7	-3	3	21	9	63
2	8	-2	2	16	4	32
3	10	-1	1	10	1	10
4	28	0	0	0	0	0
5	47	1	1	47	1	47
Total	$\Sigma f_i = 100$			94		152

b) Recorrido: $5 - 1 = 4$ c) Media: $\bar{x} = \frac{x_i \cdot f_i}{100} = \frac{400}{100} = 4$

d) $d_m = \frac{94}{100} = 0,94$; $\sigma^2 = \frac{152}{100} = 1,52$; $\sigma = \sqrt{1,52} \cong 1,23$

18

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot f_i$
2	2	4	4	8
3	4	12	9	36
4	3	12	16	48
5	3	15	25	75
6	3	18	36	108
Total	$\Sigma f_i = 15$	61		275

$$\bar{x} = \frac{61}{15} = 4,07$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma x_i^2 \cdot f_i}{\Sigma f_i} - \bar{x}^2 = 1,77 \Rightarrow \sigma = \sqrt{\sigma^2} = 1,33$$

$$\frac{N}{4} = 10 \Rightarrow Q_1 = 4;$$

$$\frac{3N}{2} = 30 \Rightarrow Q_3 = \frac{6 + 7}{2} = 6,5$$

$$RI = Q_3 - Q_1 = 6,5 - 4 = 2,5$$

20

a) $RI = 5$

a) $RI = 2$

21

a) $CV_{roja} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3,8}{6,2} = 0,61 \Rightarrow 61\%$

$$CV_{azul} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2,1}{4,8} = 0,44 \Rightarrow 44\%$$

b) Pertenece al grupo del aula roja con mayor probabilidad.

22

	\bar{x}	σ^2	σ	CV
Aula roja	5,5	8,85	2,97	0,54
Aula azul	5,4	1,84	1,36	0,25

b) Como $0,25 < 0,54$, el grupo que ha obtenido mejores resultados es el del aula azul.

Los dos grupos tienen una media muy próxima, pero el coeficiente de variación del aula azul es muy inferior.

19

x_i	f_i	F_i
1	2	2
2	2	4
3	4	8
4	5	13 > 10
5	8	21
6	9	30 = 30
7	3	33 > 30
8	4	37
9	3	40
$\Sigma f_i = 40$		

Evaluación (pág. 142)

1

a)

$[a_i, b_i)$	c_i	f_i	F_i	$c_i \cdot f_i$
[0, 1)	0,5	6	6	3
[1, 2)	1,5	10	16	15
[2, 3)	2,5	8	24	20
[3, 4)	3,5	12	36	42
[4, 5)	4,5	4	40	18
Total		$\Sigma f_i = 40$		$\Sigma c_i \cdot f_i = 98$

b) $12 + 4 = 16$ d) $M_o = [3, 4); M_e = [2, 3)$

c) $6 + 10 + 8 + 12 = 36$ e) $\bar{x} = \frac{98}{40} = 2,45$

(Ejercicios 4 y 7 del apartado 11.1 y 8-11 del 11.2)

2

$M_o = 5 < M_e = 6$

(Ejercicios 8-9 del apartado 12.2)

3

$$\frac{x + (4x - 3) + (x + 4) + (-16) + 9 + (x - 5)}{6} = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7x - 11}{6} = 4 \Rightarrow 7x = 35 \Rightarrow x = 5$$

Luego, los datos son: 5, 17, 9, -16, 9 y 0.

Ordenados: -16, 0, 5, 9, 9, 17 y, por tanto, $Q_1 = 0$

(Ejercicios 12-15 del apartado 12.2)

4

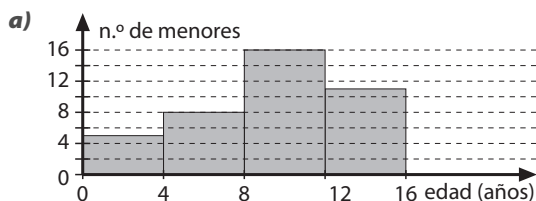
$a = M_e = 8$

$$\frac{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + b + 14}{7} = 8 \Rightarrow \frac{44 + b}{7} = 8 \Rightarrow$$

$\Rightarrow b = 12$

(Ejercicios 8-9 del apartado 12.2)

5



b)

$[a_i, b_i)$	c_i	f_i	$c_i \cdot f_i$	c_i^2	$c_i^2 \cdot f_i$
[0, 4)	2	5	10	4	20
[4, 8)	6	8	48	36	288
[8, 12)	10	16	160	100	1600
[12, 16)	14	11	154	196	2156
Total		40	372		4064

c) $\bar{x} = \frac{372}{40} = 9,3$

d) $\sigma = \sqrt{\frac{4064}{40} - 9,3^2} \approx 3,89$

(Ejercicio 6 del apartado 12.1, 8-11 del apartado 12.2 y 12-14 del apartado 12.3)

6

x_i	f_i	F_i
1	2	2
2	4	6
3	6	12
4	5	17
5	3	20
6	4	24
$\Sigma f_i = 24$		

$\frac{N}{4} = 6 \Rightarrow Q_1 = \frac{2 + 3}{2} = 2,5$

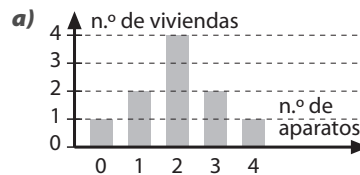
$\frac{N}{2} = 12 \Rightarrow M_e = \frac{3 + 4}{2} = 3,5$

$\frac{3N}{4} = 18 \Rightarrow Q_3 = 5$

$RI = Q_3 - Q_1 = 5 - 2,5 = 2,5$

(Ejercicios 14 y 15 del apartado 12.2)

7



b) 10 viviendas

(Ejercicio 4 del apartado 12.1 y 10 del apartado 12.2)

13 Probabilidad

13.1. Experimentos y sucesos aleatorios (pág. 144)

1

a) Sí. b) Sí. c) No. d) No. e) No. f) Sí.

2

a) $B = \{2, 4, 6\}$ f) $G = \{2, 3, 4, 6\}$
 b) $C = \{3, 6\}$ g) $H = \emptyset$
 c) $D = \{1, 2, 3, 5\}$ h) $I = E$
 d) $K = \{4, 5, 6\}$ i) $J = \{1, 2, 3, 5, 6\}$
 e) $F = \{3, 4, 5, 6\}$

13.2. Probabilidad de un suceso. Regla de Laplace (pág. 145)

3

$$a) fr(A) = \frac{538}{1000} = 0,538$$

$$fr(B) = \frac{127}{1000} = 0,127$$

$$fr(C) = \frac{335}{1000} = 0,335$$

b) ■ $p(A) = 0,538$

■ $p(\bar{B}) = 1 - 0,127 = 0,873$

4

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ d) $\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

5

a) $35 - 25 = 10$

c) $100 - 10 - 50 - 25 = 15$

b) $75 - 25 = 50$

d) $100 - 15 = 85$

6

a) $p(E) = 1$

f) $p(F) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

b) $p(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

g) $p(G) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

c) $p(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

h) $p(H) = 0$

d) $p(D) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

i) $p(I) = 1$

e) $p(K) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

j) $p(J) = \frac{5}{6}$

7

a) $\frac{3}{10}$

b) $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

c) $\frac{2}{10}$

d) $\frac{7}{10}$

8

a) $p(A) = \frac{1}{48}$

d) $p(D) = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$

b) $p(B) = \frac{4}{48} = \frac{1}{12}$

e) $p(E) = \frac{36}{48} = \frac{3}{4}$

c) $p(C) = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$

f) $p(F) = \frac{15}{48} = \frac{5}{16}$

9

a) $\frac{2}{10000} = \frac{1}{5000}$

b) $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

10

a) $p(1, B) = \frac{3}{10}$; $p(2, B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$; $p(1, N) = \frac{1}{10}$;
 $p(2, N) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

b) $p(1) = p(1, B) + p(1, N) = \frac{3}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

c) $p(B) = p(1, B) + p(2, B) = \frac{3}{10} + \frac{2}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

d) $p(B \text{ o } 1) = p(1, B) + p(2, B) + p(1, N) =$
 $= \frac{3}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

11

a) $p(1) = p(3) = p(5) = x$

$p(2) = p(4) = p(6) = 2x$

$x + x + x + 2x + 2x + 2x = 1 \Rightarrow 9x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$

$p(1) = p(3) = p(5) = \frac{1}{9}$

$p(2) = p(4) = p(6) = \frac{2}{9}$

b) $p(\text{par}) = p(2) + p(4) + p(6) = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

c) $p(\text{múltiplo de } 3) = p(3) + p(6) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

13.3. Ley de los grandes números

(pág. 148)

12

x_i	f_i	fr_i	x_i	f_i	fr_i
C	8	0,8	C	28	0,28
X	2	0,2	X	72	0,72
Total	10	1	Total	100	1

x_i	f_i	fr_i	x_i	f_i	fr_i
C	660	0,66	C	5 090	0,509
X	340	0,34	X	4 910	0,491
Total	1 000	1	Total	10 000	1

Según aumenta el número de lanzamientos las frecuencias relativas de cara y de cruz se van aproximando a 0,5 que es la probabilidad de estos sucesos.

13

La frecuencia relativa del suceso «extraer bola blanca» ha sido $\frac{2}{3}$ y, sin embargo, la probabilidad de dicho suceso es 0,95.

Lo que ocurre es que Pedro ha efectuado muy pocos experimentos. De hecho, si lo repitiéramos muchas veces la frecuencia relativa anterior se aproximaría cada vez más a 0,95.

14

Es posible pero poco probable, pues la probabilidad de obtener cinco seises seguidos es:

$$p(6, 6, 6, 6, 6) = \left(\frac{1}{6}\right)^5 = \frac{1}{7776} \cong 0,00013$$

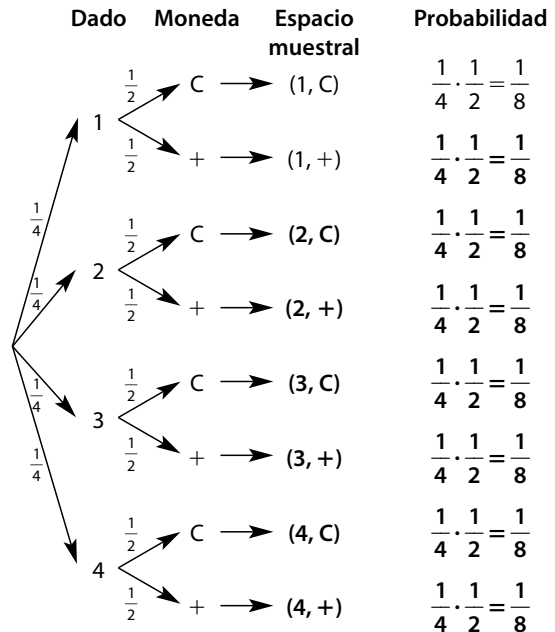
15

Lo probable es que el gráfico correspondiente a los 1 000 lanzamientos sea el b), pues las frecuencias de cada uno de los posibles resultados son similares, mientras que en el a) los resultados son muy dispares y, según la Ley de los Grandes Números, al repetir el experimento muchas veces las frecuencias relativas tenderán a ser la misma, pues al lanzar un dado no truco los seis números tienen la misma probabilidad de salir.

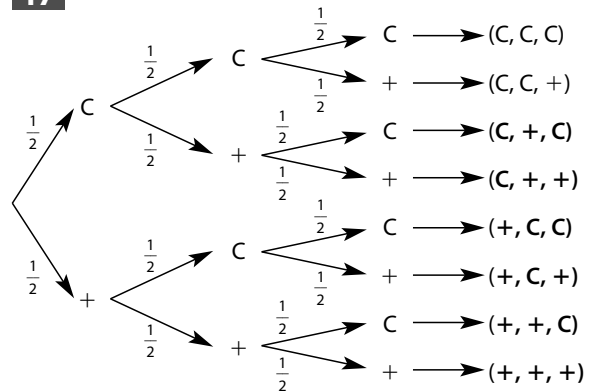
13.4. Experimentos compuestos.

Diagramas de árbol (pág. 150)

16



17



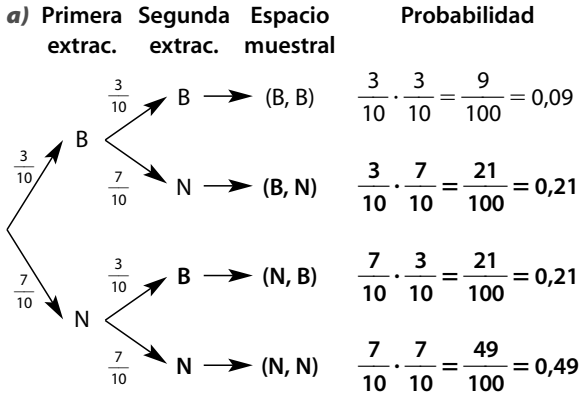
a) En 3 resultados:

(C, C, +), (C, +, C), (+, C, C)

b) $p(\text{solo una cruz}) = 3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

c) $p(\text{dos caras}) = p(\text{solo una cruz}) = \frac{3}{8}$

d) $p(\text{como mínimo una cruz}) = 1 - p(\text{ninguna cruz}) = 1 - p(\text{tres caras}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

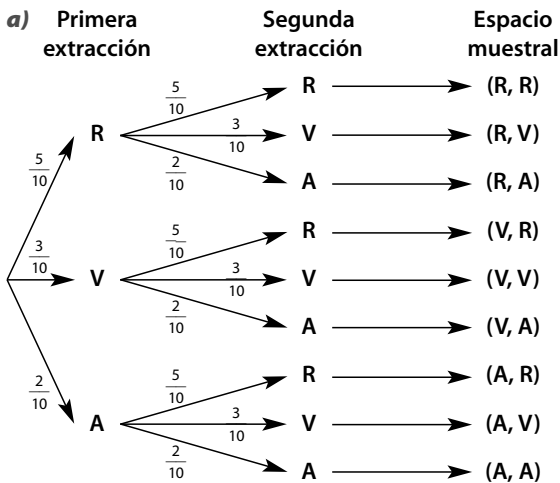
18

b) Se suman todas las probabilidades:

$$0,09 + 0,21 + 0,21 + 0,49 = 1$$

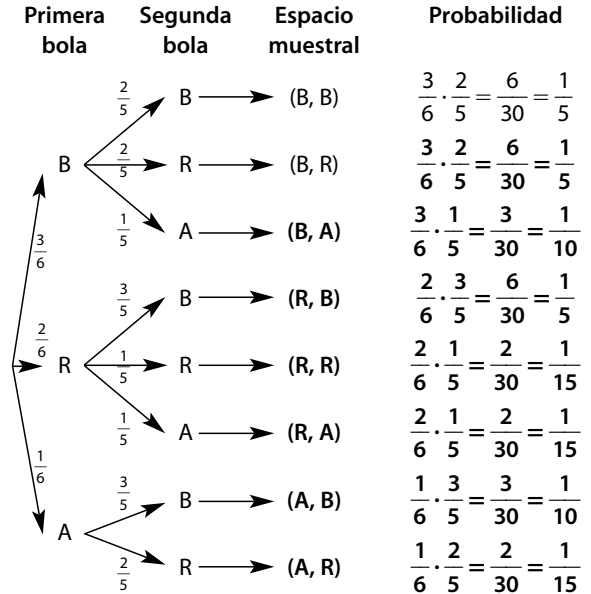
c) $p(N, N) = 0,49$

$$\begin{aligned} d) p(\text{mismo color}) &= \\ &= p(B, B) + p(N, N) = \\ &= 0,09 + 0,49 = 0,58 \end{aligned}$$

19b) $p(\text{distinto color}) =$

$$\begin{aligned} &= 1 - p(\text{mismo color}) = \\ &= 1 - [p(R, R) + p(V, V) + p(A, A)] = \\ &= 1 - \left(\frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} + \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} \right) = \\ &= 1 - \left(\frac{25}{100} + \frac{9}{100} + \frac{4}{100} \right) = \\ &= 1 - \frac{38}{100} = \frac{62}{100} = 0,62 \end{aligned}$$

$$c) p(A, A) = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{4}{100} = 0,04$$

20**21**

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

$$a) \frac{1}{36} \quad b) \frac{1}{6} \quad c) \frac{1}{18} \quad d) \frac{3}{4} \quad e) \frac{1}{2}$$

22

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$a) \frac{1}{12} \quad b) \frac{1}{12} \quad c) \frac{13}{18} \quad d) 7 \quad e) 2 \text{ y } 12$$

f) Como son todos números mayores que 3, se obtiene esta tabla:

	4	5	6
4	8	9	10
5	9	10	11
6	10	11	12

$p(7) = 0$; $p(12) = \frac{1}{9}$; la suma más probable es 10.

Evaluación (pág. 154)

1

- a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 b) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
 c) $B = \{4, 8, 12\}$
 d) $C = \{3, 6, 9, 12\}$
 e) $D = \{3, 9\}$
 f) $K = \{1, 2, 3, 5, 7, 11\}$

(Ejercicio 2 del apartado 13.1)

2

- a) $p(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ d) $p(D) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
 b) $p(B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ e) $p(K) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$
 c) $p(C) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

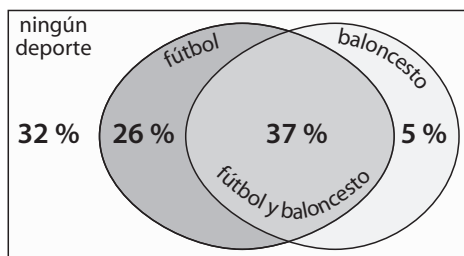
(Ejercicios 3, 4, 6-8 y 10 del apartado 13.2)

3

Según la Ley de los Grandes Números al repetir muchas veces un experimento, la frecuencia relativa de un suceso se acerca a su probabilidad. Luego, la opción correcta es la c).

(Ejercicios 13-15 del apartado 13.3)

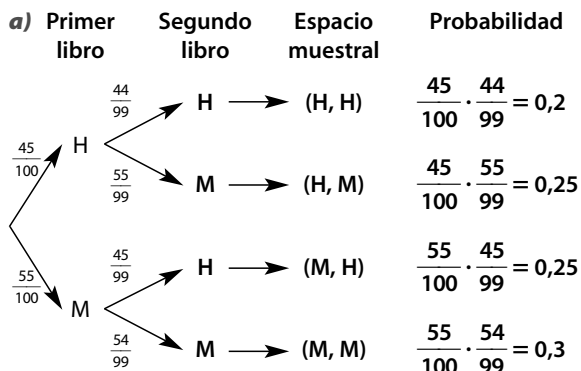
4



- a) $63\% - 37\% = 26\% = 0,26$
 b) $42\% - 37\% = 5\% = 0,05$
 c) $1 - 0,26 - 0,05 - 0,37 = 0,32$
 d) $1 - 0,32 = 0,68$

(Ejercicio 5 del apartado 13.2)

5



- b) $p(M, M) = 0,3$
 c) $p(\text{mismo sexo}) = p(H, H) + p(M, M) = 0,2 + 0,3 = 0,5$
 d) $p(\text{distinto sexo}) = 1 - p(\text{mismo sexo}) = 1 - 0,5 = 0,5$

(Ejercicios 12-15 del apartado 13.3)

6

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

- a) $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
 b) $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
 c) $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$
 d) La diferencia más probable es 1, y la menos, 5.
 (Ejercicios 17 y 18 del apartado 13.3)

Evaluación general (pág. 156)

1

$$a) \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{5} \right) + \frac{1}{4} \cdot \frac{-7}{3} = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{25-8}{20} + \frac{-7}{12} =$$

$$= \frac{24-17-35}{60} = \frac{-28}{60} = \frac{-7}{15}$$

$$b) \frac{\frac{3}{4} - \frac{2}{5}}{\frac{11}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2}} = \frac{\frac{15-8}{20}}{\frac{11}{2} - \frac{9}{6}} = \frac{\frac{7}{20}}{\frac{11-18}{2}} = \frac{-12}{20} = \frac{-3}{5}$$

(Tema 1)

2

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{2}{15} = \frac{43}{60} \Rightarrow 4.^\circ \text{ socio: } \frac{60}{60} - \frac{43}{60} = \frac{17}{60}$$

Quieren repartir 20% de 46 500 = 9 300 €.

Se reparten 9 300 € proporcionalmente a 15, 20, 8 y 17.

$$15 + 20 + 8 + 17 = 60 \Rightarrow \text{por } 1\% \text{ tocan } \frac{9300}{60} = 155 \text{ €.}$$

Primero: $155 \cdot 15 = 2325$ €; Segundo: $155 \cdot 20 = 3100$ €; Tercero: $155 \cdot 8 = 1240$ €; Cuarto: $155 \cdot 17 = 2635$ €.

Respuesta: al primero le corresponden 2 325 €; al segundo, 3 100 €; al tercero, 1 240 €, y al cuarto, 2 635 €.

(Tema 1)

3

$$a) 3\sqrt{18} + \sqrt{2} \cdot (5 + \sqrt{2}) - \sqrt{32} =$$

$$= 3\sqrt{3^2 \cdot 2} + 5\sqrt{2} + \sqrt{2}\sqrt{2} - \sqrt{2^5} =$$

$$= 3 \cdot 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 2 - 2^2\sqrt{2} =$$

$$= 9\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 2 = 10\sqrt{2} + 2$$

$$b) \frac{\frac{1}{9} \cdot \sqrt{3}}{3^{-3} \cdot \sqrt[3]{3}} = \frac{3^{-2} \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{-3} \cdot 3^{\frac{1}{3}}} = 3^{-2 + \frac{1}{2} + 3 - \frac{1}{3}} = 3^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{3^7}$$

(Tema 2)

4

$$a) (2x-1)^2 - (3x-3) \cdot (5x+3) + (x+4) \cdot (x-4) =$$

$$= 4x^2 - 4x + 1 - (15x^2 + 9x - 15x - 9) + x^2 - 16 =$$

$$= 4x^2 - 4x + 1 - 15x^2 - 9x + 15x + 9 + x^2 - 16 =$$

$$= -10x^2 + 2x - 6$$

$$b) (x^5 - 3x^4 + 7x^2 - 9x + 2) : (x - 2)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & -3 & 0 & 7 & -9 & 2 \\ 2 & & 2 & -2 & -4 & 6 & -6 \\ \hline 1 & -1 & -2 & 3 & -3 & -4 \end{array}$$

$$Q(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 3 \text{ y } R(x) = -4$$

(Tema 3)

5

N.º de empates: x

N.º de victorias: $3x$

$$3 \cdot 3x + x = 50 \Rightarrow 9x + x = 50 \Rightarrow 10x = 50 \Rightarrow x = 5$$

Respuesta: ha ganado 15 partidos y empatado 5.

(Tema 4)

6

$$\begin{cases} \frac{2x-y}{4} - \frac{x+y}{3} = -\frac{5}{8} \\ 4y-x=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 \cdot (2x+y) - 8 \cdot (x+y) = -15 \\ x=4y-4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x-2y=-15 \\ x=4y-4 \end{cases}$$

$$4 \cdot (4y-4) - 2y = -15 \Rightarrow 16y - 16 - 2y = -15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 14y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{14}$$

$$x = 4y - 4 = 4 \cdot \frac{1}{14} - 4 = -\frac{26}{7}$$

$$\left(-\frac{26}{7}, \frac{1}{14} \right)$$

(Tema 5)

7

N.º de entradas de socios: x

N.º de entradas de no socios: y

$$\begin{cases} x+y=350 \\ 6x+10y=2400 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6x-6y=-2100 \\ 6x+10y=2400 \end{cases}$$

$$-6x - 6y = -2100$$

$$6x + 10y = 2400$$

$$4y = 300 \Rightarrow y = \frac{300}{4} = 75$$

$$x = 350 - y = 350 - 75 = 275$$

Respuesta: se han vendido 275 entradas de socios y 75 de no socios.

(Tema 5)

8

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_8 = 43 = a_1 + 7d$$

$$a_4 = 15 = a_1 + 3d$$

$$28 = 4d \Rightarrow d = 7$$

$$15 = a_1 + 3 \cdot 7 \Rightarrow a_1 = 15 - 21 \Rightarrow a_1 = -6$$

$$S_8 = \frac{8 \cdot (-6 + 43)}{2} = \frac{8 \cdot 37}{2} = 148$$

Respuesta: la diferencia es 7, y la suma de los ocho primeros términos, 148.

(Tema 6)

9

$$l^2 + l^2 = 10^2 \Rightarrow l^2 = 50 \Rightarrow l = \sqrt{50} \cong 7,07 \text{ cm}$$

$$ap = \sqrt{9^2 + \left(\frac{\sqrt{50}}{2}\right)^2} = \sqrt{81 + \frac{50}{4}} = \sqrt{93,5} \cong 9,67 \text{ cm}$$

$$A_T = A_B + A_L = (\sqrt{50})^2 + \frac{4 \cdot 7,07 \cdot 9,67}{2} = 50 + 14,14 \cdot 9,67 = 50 + 136,73 = 186,73 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot l^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (\sqrt{50})^2 \cdot 9 = 50 \cdot 3 = 150 \text{ cm}^3$$

(Tema 8)

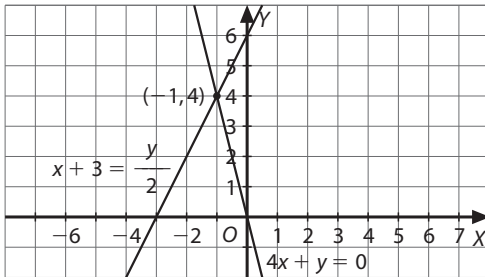
10

$$\begin{cases} 4x + y = 0 \\ x + 3 = \frac{y}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -4x \\ y = 2x + 6 \end{cases}$$

$$-4x = 2x + 6 \Rightarrow -6x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{-6} \Rightarrow x = -1$$

$$y = -4x \Rightarrow y = -4 \cdot (-1) = 4$$

(-1, 4)



(Tema 11)

11

Imágenes:

$$f(3) = \frac{12}{6} = 2; f(-3) = \frac{0}{0}. \text{ No existe.}$$

$$g(3) = 0; g(-3) = 0$$

Antiimágenes:

$$0 = \frac{2x+6}{x+3} \Rightarrow 0 = 2x+6 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3$$

$$3 = \frac{2x+6}{x+3} \Rightarrow 3x+9 = 2x+6 \Rightarrow x = -3$$

$$0 = x^2 - 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$3 = x^2 - 9 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = \pm \sqrt{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm 2\sqrt{3}$$

(Tema 11)

12

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot f_i$
2	1	2	4	4
3	3	9	9	27
4	3	12	16	48
5	2	10	25	50
6	1	6	36	36
Total	$\Sigma f_i = 10$	39		165

$$a) \bar{x} = \frac{39}{10} = 3,9$$

$$b) \sigma^2 = \frac{165}{10} - 3,9^2 = 1,29$$

$$\sigma = \sqrt{1,29} \cong 1,14$$

$$c) \text{ Primer jugador: } CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,14}{3,9} = 0,2923$$

$$\text{ Segundo jugador: } CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,8}{3,2} = 0,5625$$

El primer jugador es más regular.

(Tema 12)

13

a)	Primera bola	Segunda bola	Espacio muestral	Probabilidad
$\frac{4}{10}$	V	V	(V, V)	$\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$
		A	(V, A)	$\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$
		N	(V, N)	$\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$
$\frac{3}{10}$	A	V	(A, V)	$\frac{3}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$
		A	(A, A)	$\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$
		N	(A, N)	$\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$
$\frac{3}{10}$	N	V	(N, V)	$\frac{3}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$
		A	(N, A)	$\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$
		N	(N, N)	$\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$

$$b) p(A, N) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

(Tema 13)

S O L U C I O N A R I O

APRUEBA TUS EXÁMENES

Matemáticas

3

ESO

M.^a Isabel Romero Molina
Montserrat Atxer Gomà
Carles Martí Salleras
Manuel Leandro Toscano
M.^a Belén Rodríguez Rodríguez

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

ISBN 978-84-673-5989-3



9 788467 359893